平成 29 年 4 月入学及び平成 28 年 9 月入学
大学院修士課程・専門職学位課程入学試験

工学院　経営工学系

筆答専門試験科目

想　定　問　題

平成 28 年 1 月

東京工業大学

※　出題される分野、問題数等本想定問題の内容は、実際の試験問題とは異なる場合があります。

※　各系の試験概要については，２月上旬に公表予定です。

※　本入学試験にかかる募集要項は，４月上旬に本学ホームページで公表し，志願票等を含む冊子を５月上旬より配布する予定です。

専門科目

経営工学系

注意事項

数理, 経済学, 管理技術, 経営管理の 4 分野において, A と B の 2 問（4 分野で計 8 問）が出題されている. 出題されている 8 問の中から 3 問を選択して解答しなさい. ただし, ある分野で出題されている 2 問から 1 問を解答する際は, 出題されている 2 問（A または B）のうちどちらを解答しても良い. 4 問以上の問題に解答した場合は, 全ての解答を無効とする.

4 つの出題分野における具体的な出題範囲については, 募集要項を参照のこと.

問題：数理 A

次の設問[1], [2], [3]に答えよ．

[1]　次の微分方程式の一般解を求めよ．

（1）$y' + y \log_e x = -y^2 \log_e x$

（2）$y'' - y' - 2y = 2x^2 + 2x - 2$

[2]　線形写像$f: \mathrm{R}^3 \to \mathrm{R}^3$について，下記に答えよ．

（1）線形写像 f が下記の条件(i)(ii)(iii)

（i）$f\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$,　（ii）$f\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$,　（iii）$f\begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

を満たすとき，$f\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = A\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ を満たす 3×3 行列 A を求めよ．

（2）線形写像 f が上記の条件(i)(ii)(iii)を満たすとき，ベクトル $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ の長さ(ノルム)が 1 であるという制約の下での，ベクトル $f\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ の長さ(ノルム)の最大値を求めよ．

（3）上記の条件(i)と(ii)を満たすような線形写像で，ベクトル $f\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ の長さ(ノルム)が最小となるようなものが，3×3 行列Bを用いて$f\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = B\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ と表せるとき，行列Bを求めよ．

[3]　以下の問いに答えよ.

(1) X が成功確率 p のベルヌーイ分布に従うとき, X の期待値と分散を求めよ.

(2) X が $N(\mu, \sigma^2)$ に従うとき, $Y = exp(X)$ の密度関数を求めよ. また, Y の期待値を求めよ.

(3) 母平均 μ, 母分散 σ^2 の母集団から無作為抽出した大きさ n の標本から作った標本平均 $\bar{X}$ に対し, $E(\bar{X}) = \mu$, $Var(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$ となることを証明せよ.

(4) 母平均 μ, 母分散 σ^2 の母集団から無作為抽出した大きさ n の標本から作った推定量 $s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2$ は σ^2 の不偏推定量であることを証明せよ.

(5) 正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ (μ, σ^2 は未知) に従う母集団から無作為抽出した大きさ n の標本を $(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ とする. このとき, μ, σ^2 の最尤推定量を求めよ.

問題：数理B

次の設問 [1] から [4] に答えよ.

[1] $\boldsymbol{a_1} = (1, 1, 1, 1)^T$, $\boldsymbol{a_2} = (1, -1, 1, -1)^T$, $\boldsymbol{a_3} = (-1, 1, 1, -1)^T$, $\boldsymbol{a_4} = (1, 1, 3, -1)^T$ のとき, 行列 $A = [\boldsymbol{a_1}\ \boldsymbol{a_2}\ \boldsymbol{a_3}\ \boldsymbol{a_4}]$ について, 次の小問 (1) と (2) に答えよ.

(1) $\det\,(A)$ を求めよ.

(2) $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, x_3, x_4)^T$, $\boldsymbol{b} = (c, 2, 0, 4)^T$ とするとき, 方程式系 $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ が解を持つ条件を答えよ. またそのときの解を求めよ.

[2] y を x の関数としたとき, 微分方程式 (A)

$$y' = y^2 - (2x+1)y + x^2 + x + 1$$

の一般解を以下の手順によって導け.

(1) まず, y として一次関数 $y(x) = \alpha x + \beta$ (ただし α, β は係数) を考える. これを微分方程式 (A) に代入し両辺を比較することにより, 方程式の解となる α, β の組を全て求めよ.

(2) 上記 (1) で求めた関数の１つを選び $\bar{y}$ とせよ. $y(x) = \bar{y}(x) + \dfrac{1}{z(x)}$ を微分方程式 (A) に代入することにより, 関数 z と変数 x からなる新たな微分方程式をつくれ.

(3) 上記 (2) の微分方程式を解くことにより, 微分方程式 (A) の一般解を求めよ.

[3] 次の小問 (1) と (2) に答えよ.

(1) 集合 A から B への写像 $f : A \to B$ が単射（1 対 1 の写像）であることの定義を述べよ.

(2) 実数全体の集合を R とし, 写像 $f : R \to R$ を任意の $x \in R$ に対し

$$f(x) = x^3 + 2x^2 + x + 1$$

とする. この写像 f が単射となるかどうか, 定義にしたがって示せ.

[4] 整数の集合 Z には, 加算 "+" という二項演算が定義されており, 結合則と呼ばれる次の性質 (a) を満足している：

(a)　任意の $x, y, z \in Z$ に対して，$(x+y)+z = x+(y+z)$

また，以下の (b) を満足するような加算に関する単位元 0, および (c) を満足するような任意の要素に対する逆元が存在する：

(b)　任意の $x \in Z$ に対して，　$x+0 = x = 0+x$

(c)　任意の $x \in Z$ に対して, ある $y \in Z$ が存在して，　$x+y = 0 = y+x$

いま, Z 上に三項関係 $M \subset Z \times Z \times Z$ を次のように定義する：

$$(x_1, x_2, x_3) \in M \quad \Longleftrightarrow \quad x_1 + x_2 = x_3$$

このとき, M を用いて上記の (a), (b), (c) を表現したものが, 次の (a′), (b′), (c′) である. （イ）から（ホ）に入る M の要素を埋めよ.

(a′) 任意の $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \in Z$ に対して, (x_1, x_2, x_4), $(x_2, x_3, x_5) \in M$ であるならば, ある $x_6 \in Z$ が存在して, $(x_1, x_5, x_6) \in M$, $\boxed{\quad（イ）\quad} \in M$

(b′) 任意の $x \in Z$ に対して, $\boxed{\quad（ロ）\quad} \in M$, $\boxed{\quad（ハ）\quad} \in M$

(c′) 任意の $x \in Z$ に対して, ある $y \in Z$ が存在して, $\boxed{\quad（ニ）\quad} \in M$, $\boxed{\quad（ホ）\quad} \in M$

問題：経済学 A

以下の設問[1], [2], [3]に答えよ.

[1] 二人の主体, 一つの（純粋）公共財, 一つの私的財から成る経済を考える. 主体iの私的財の初期保有量をw_i, 主体iの私的財の消費量をx_i（$i=1,2$）, 公共財の水準をy, 公共財の初期保有量をw_yとする. 公共財は私的財から生産可能で, 生産関数は線型 $y=f(\sum_{i=1}^{2}(w_i-x_i))=\sum_{i=1}^{2}(w_i-x_i)$ とする. また, 主体iの効用関数が

$$u_i(x_i,y)=x_i^{a_i}y^{1-a_i}\text{、}0<a_i<1\ (i=1,2)$$

で与えられたとする. 以下では, 内点解を仮定する.

(1) 実現可能な配分が満たすべき条件とパレート効率（パレート最適）な配分が満たすべき条件を求めよ.
(2) 自発的支払（寄附）メカニズムのナッシュ均衡における配分を求めよ.
(3) 自発的支払メカニズムのナッシュ均衡配分がパレート効率（パレート最適）かどうかを検討せよ.
(4) $a_1=1/2, a_2=2/3, w_1=12, w_2=24, w_y=0$とする. コルムの三角形を用いて, パレート効率（パレート最適）な配分と自発的支払メカニズムのナッシュ均衡配分を図示せよ.

[2] ある財の市場において, 市場価格がpのときの市場需要関数が$D(p)=\max\{72-p,0\}$で与えられているとする. この市場には, 全ての企業が同じ費用関数$c(q)=q^2+9$を持ち, それぞれがプライス・テイカー（価格受容者）であると仮定する. ただし, q は生産量を表す.

(1)「企業がプライス・テイカーである」ことの定義を簡潔に述べよ.

(2) 各企業の限界費用関数と平均費用関数をそれぞれ求めよ.

(3) 縦軸に価格, 横軸に生産量をとったグラフに以下を図示せよ.
 (i) 限界費用関数.
 (ii) 平均費用関数.

(iii) 平均費用関数を最小化する生産量$\bar{q}$およびその平均費用の値$\bar{p}$.

(iv) 価格pのもとで企業の利潤を最大にする生産量y^*.（ただし $p > \bar{p}$とする）

(v) 価格pのもとでy^*単位生産したときの利潤.

(4) この市場において，同じ費用関数を持つ企業が自由に参入や退出ができ，参入コストがない状況を考える．このときの均衡企業数M^*および均衡価格p^*を求めよ.

[3]　以下の(1)と(2)に答えよ.

(1)

(i) 以下の戦略形２人ゲームで混合戦略まで考えた場合，プレイヤー１とプレイヤー２のそれぞれのマックスミニ戦略を求め，マックスミニ値を計算せよ.

		プレイヤー２	
		L	R
プレイヤー1	U	4, 2	－1, 5
	D	0, 3	2, －1

(ii) 混合戦略の範囲で(i)のゲームのナッシュ均衡を全て求め，各均衡におけるプレイヤー１とプレイヤー２それぞれの期待利得を計算し，上で求めたマックスミニ値と比較せよ.

(iii) 純粋戦略が有限個しかない戦略形２人ゲームにおいて，混合戦略まで考慮したナッシュ均衡(p_1^*, p_2^*)に対して以下の不等式が成り立つことを示せ.

$$E_1(p_1^*, p_2^*) \geq \max_{p_1 \in \Pi_1} \min_{p_2 \in \Pi_2} E_1(p_1, p_2)$$

ただし，E_1はプレイヤー１の期待利得関数，Π_iはプレイヤーiの混合戦略の集合とする.

(2) 優加法的な特性関数形 n 人ゲーム (N, v) を考える．$N = \{1,2,\dots,n\}$ はプレイヤーの集合であり，v は特性関数，すなわち，N の部分集合全体の上での実数値関数で，$v(\emptyset) = 0$ となるものである．ただし $\emptyset$ は空集合を表す．以下の問いに答えよ.

(i) 提携合理性に基づくコアの定義を数式を用いて与えよ.

(ii) 命題「(i) の定義で与えたコアは凸集合である」は真か偽を示せ．もし真ならば証明し，偽ならば反例を一つ提示せよ.

(iii) n 次元ベクトル　$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ を

$$x_1 = v(\{1\}) - v(\emptyset),\ x_i = v(\{1, \dots, i-1, i\}) - v(\{1, \dots, i-1\}),\ i = 2, \dots, n$$

によって定義する．このとき，$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ は $(N,\ v)$ の配分となることを示せ.

(iv) 特性関数形 n 人ゲームのうち，任意のプレイヤー i と i を含まない任意の 2 つの提携 $S,\ T,\ S \subseteq T$ に関して,

$$v(S \cup \{i\}) - v(S) \leq v(T \cup \{i\}) - v(T)$$

が成り立つゲームを凸ゲームという．$(N,\ v)$ が凸ゲームであるとき，以下の問いに答えよ.

a. 任意の提携 $S \subseteq N$ をとり，$N \setminus S = \{i_1, i_2, \dots, i_{n-s}\}$，$i_1 < i_2 < \dots < i_{n-s}$ とする. s は S に属するプレイヤーの数であり，$N \setminus S$ は N に関する S の補集合である．このとき，(iii)で定義した n 次元ベクトル $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ について, $x_{i_1} \leq v(S \cup \{i_1\}) - v(S)$ となることを示せ.

b. a. の結果をもとに, (iii)で定義した n 次元ベクトル $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ がコアに属することを示せ.

問題：経済学 B

以下の設問[1], [2], [3]に答えよ.

[1] ある国の民間消費C, 国内投資I, 実質貨幣需要Lが

$$C = C(Y^d), 0 < C'(Y^d) < 1,$$
$$I = I(r), I'(r) < 0,$$
$$L = L(r, Y), \quad L_r(r, Y) \equiv \frac{\partial L}{\partial r} < 0,\ L_Y(r, Y) \equiv \frac{\partial L}{\partial Y} > 0,$$

という関数で表されるとしよう. ここで, Yは国内総生産, rは実質利子率, Y^dは可処分所得であり, 租税支払いを一定のTとすると$Y^d = Y - T$と表される.

(1) 政府支出をGとする. この国の財市場均衡を記述し, 仮定された関数の性質を用いて, この市場を均衡させるYとrには負の関係があることを示せ.

(2) 物価水準をP, 名目貨幣供給をMとする. この国の貨幣市場均衡を記述し, 仮定された関数の性質を用いて, この市場を均衡させるYとrには正の関係があることを示せ.

(3) (1), (2)の両市場が均衡するYとrが一意に存在すると仮定する. 政府支出Gの増加がYとIに与える効果をそれぞれ答えよ.

(4) この国が海外との財, 及び資産の取引を開始し, 資産に関しては一定の世界利子率r^*で自由に取引を行えるようになり, また財の貿易に関しては純輸出NXが

$$NX = NX(e),\ NX'(e) > 0,$$

という関数で表されるとする. ここでeは実質為替レートであり, ここでは同一通貨で評価した外国財の自国財に対する相対価格と定義される. このとき, 政府支出Gの増加がYとIに与える効果はどのようになるか答えよ.

(5) (4)の結果が得られる理由を直感的に説明せよ.

[2] 3 期間生存する個人の異時点間消費配分決定を考える．この個人の効用関数が次の形で表されるとする．

$$U(C_1, C_2, C_3) = \ln C_1 + \ln(C_2 - X_2) + \ln C_3,$$

ここで，C_t $(t = 1, 2, 3)$は第t期の消費量であり，$X_2 > 0$は第 2 期の消費の限界効用が正となるのに必要な最低限の消費水準とする．以下，これを第 2 期の最低消費水準を呼ぶ．

$Y_t (t = 1, 2, 3)$ を第t期の所得とし，異時点間の予算制約式が

$$\sum_{t=1}^{3} Y_t = \sum_{t=1}^{3} C_t,$$

で表されるとする．

(1) Y_t，X_2 を所与として家計が解く効用最大化問題の一階条件を答えよ．

(2) いま第 2 期の最低消費水準X_2が

$$X_2 = \delta C_1, \qquad 0 < \delta < 1,$$

で与えられるとする．この仮定と(1)の解答を用いて各期の消費をY_tの関数として答えよ．

(3) 個人が$X_2 = \delta C_1$の関係を最初から考慮に入れて，すなわち，「第 1 期に自らが選ぶ消費量が次期の消費の効用に影響を与える」ことを考慮して消費計画を立てるとする．この場合の効用最大化問題の一階条件を答えよ．

(4) (3)の解答を用いて，各期の消費をY_tの関数として答えよ．

(5) (4)で決定される消費計画と(2)におけるそれと比較し，第 1 期の消費は減少，第 2 期の消費は増加，第 3 期の消費は増加することを示せ．

(6) (5)において，過去の消費経験からは直接影響を受けない第 3 期の消費も増加するという結果が得られる理由を直感的に説明せよ．

[3]　古典的正規回帰モデル $\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\epsilon}, \quad \boldsymbol{\epsilon} \sim N(\mathbf{0}, \sigma^2\mathbf{I})$ を考える．ここで，$\mathbf{Y}$ は $n \times 1$ ベクトル，$\mathbf{X}$ は $n \times k$ 非確率的行列，$\boldsymbol{\beta}$ は $k \times 1$ 係数ベクトル，$\boldsymbol{\epsilon}$ は $n \times 1$ 撹乱項ベクトル，$\mathbf{I}$ は $n \times n$ 単位行列とする．このとき，以下の問いに答えよ．

(1) 係数ベクトル $\boldsymbol{\beta}$ の最小 2 乗推定量 $\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Y}$ は，正規分布 $N\left(\boldsymbol{\beta}, \sigma^2(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\right)$ に従うことを証明せよ．

(2) 残差ベクトルを $\mathbf{e}$ とするとき，$\mathbf{e} = (\mathbf{I} - \mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}')\boldsymbol{\epsilon}$ と書けることを証明せよ．

(3) $s^2 = \frac{\mathbf{e}'\mathbf{e}}{n-k}$ と定義する．この時，$(n-k)s^2/\sigma^2$ は自由度 $n-k$ の χ^2 分布に従うことを証明せよ．ここで，(i) ベキ等行列のランクはトレースと等しいこと，また (ii) $\mathbf{x} \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{I})$ かつ $\mathbf{A}$ が $rank(\mathbf{A}) = r$ のベキ等行列であるなら $\mathbf{x}'\mathbf{A}\mathbf{x} \sim \chi^2(r)$ となることを用いてかまわない．

(4) $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ と $\mathbf{e}$ は独立であることを証明せよ．

(5) 帰無仮説 $H_0 : \beta_2 = 0$ の検定を考える．帰無仮説が正しいとき，統計量 $\frac{\hat{\beta}_2}{\sqrt{s^2\{(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\}_{22}}}$ は自由度 $n-k$ の t 分布に従うことを証明せよ．証明の際，t 分布の定義を用いてかまわない．また，$\hat{\beta}_2$ は $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ の第 2 要素，$\{(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\}_{22}$ は $(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}$ の第 2 対角要素とする．

問題：管理技術 A

次の設問[1], [2]に答えよ.

[1]次の小問(1)と(2)に答えよ.

(1) かんばん方式が運用されるためには，一番川下に相当する最終工程の生産が平準化されていることが前提となる．さらにかんばん 1 枚当りの部品収容箱のサイズが小さいことも必要である．このことに関連した次の問い (i) から (iii) に答えよ.

(i) 最終工程では A, B, C, D の 4 品種の生産が予定され，それぞれの月次（操業 20 日）の生産量は，それぞれ 600 個, 400 個, 200 個, 200 個である．平準化の考え方のもとでは，これらの品種をどのような順序で工程に投入したらよいか．またそのときの生産の仕方は何と呼ばれるか.

(ii) かんばん 1 枚当りの部品収容箱を小さくし，さらにかんばん 1 枚分だけの生産をしても効率性を保つには，どのような対策が必要か．EOQ（経済発注量）の式に基づき説明せよ．またそのとき取り組まれる「シングル段取化」と呼ばれる方策について，その意味と，どのような着眼点で達成されるか簡単に説明せよ.

(iii) 最終工程と品種 B の部品を生産する前工程との間でかんばん方式を運用したい．その部品の納入サイクルが一日 2 回，後工程（最終工程）でかんばんが外れて前工程に行き， 再び前工程の完成品である部品とともに後工程に運ばれてくるまでのリードタイムを 1 日としたとき，最低何枚のかんばんが必要か答えよ．かんばん 1 枚当りの部品収容数は 5 個で，品種 B の 1 日当り生産量は 20 個である.

(2) ある工場 X では，生産工程に投入するジョブのスケジューリングは，それぞれの機械で競合するジョブが複数ある場合には加工時間の短いジョブを優先して割り付ける SPT (Shortest Processing Time) ルールを使って行うことになっている．ある日に予定されている投入ジョブは下表の通りである．これに関して，次の問い(i)と(ii)に答えよ．

表: 生産するジョブとその加工順序・加工時間

	加工順序(加工時間，単位:分)		
投入ジョブ	1	2	3
ジョブ 1	機械 1 (120)	機械 3 (40)	機械 2 (80)
ジョブ 2	機械 1 (20)	機械 2 (60)	機械 3 (40)
ジョブ 3	機械 2 (40)	機械 3 (80)	機械 1 (100)
ジョブ 4	機械 2 (50)	機械 1 (40)	機械 3 (80)

(i) 表に示されている 4 ジョブ–3 機械のジョブショップスケジューリング問題を SPT ルールにより解き，ガントチャートを書け．また，そのときの総所要時間はいくらになるか． ただし，各ジョブの加工は表に示されている加工順序で行い，同一の機械で複数のジョブを同時に加工することはできない．また，各機械での段取り時間は発生しない．

(ii) この日のジョブ 1 はロットサイズが大きいため，これを同じ大きさのジョブに分割して生産を行うことにした．ロット分割した 2 つのジョブはもとのジョブと加工順序は変わらず，各機械での加工時間はもとの半分になる．このとき，総所要時間最小になるようにスケジューリングすると，最適解の総所要時間はいくらになるか，問題の解答過程がわかるように記述せよ．

[2] 次の小問(1)と(2)に答えよ.

(1) あるメーカの工程Aでは，小物金属部品よりなる卓上文房具の組み立て作業を行っている．この工程Aの作業者を対象に, 20サイクルの連続観測を実施した．このとき得られた時間観測値は下表のとおりである（時間値の単位はデシマルミニット(DM)である）．これらの時間観測値に基づき，この作業1サイクルの標準時間を求めることを考える．これについて次の問い(i)から(iii)に答えよ.

回数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
時間値	92	95	100	108	98	105	97	150	103	102

回数	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
時間値	97	101	94	106	96	103	104	100	99	100

(i) 観測時間の代表値を求めよ.

(ii) 今回観測した作業について速度レイティングを行った結果，レイティング値は110となった．なお，この現場での余裕率は20%と決まっている．この作業1サイクルの標準時間を求めよ.

(iii) PTS (Predetermined Time Standard）法と，上記のような直接時間観測法による標準時間の設定について比較し，それぞれの方法の長所と短所について簡潔に述べよ.

(2) 次の問い(i)と(ii)に答えよ.

(i) 自衛隊員の物資搬送用トラックの設計で，運転席の座席位置の前後の調節範囲を考えている．たとえば，体の小さい隊員がブレーキペダルに届かなければ危険であるし，大きな隊員で膝を屈めなければならないと，足が疲れてしまう．駐屯地 A では年度初めに身体測定を行い，全隊員の身体各部位の測定値の生データがあるとしよう．また，この駐屯地に所属する隊員の身体測定値に関する分布は，自衛隊員全体を代表するものと考えることができ，データ数も十分である．このような状況で，どのようにしてこのトラックの座席位置の調節範囲の設計を行うか，簡単に論じよ.

(ii) 今，乗用車の速度計の表示形式をアナログにするか，ディジタルにするか検討している．次の(a)から(d)に答えよ.

(a) どのような目的で運転手は速度計を見るか，複数の目的を述べよ.

(b) それぞれの目的に対して，運転手はどのような視覚情報処理を行うか，述べよ.

(c) (b)で述べたそれぞれの視覚情報処理に対して，アナログ表示とディジタル表示を用いたとき，どちらが処理をしやすいか，またその理由を述べよ.

(d) 複数の目的に対する検討を総合して，アナログ表示，ディジタル表示のどちらを採用するか，答えよ.

問題：管理技術 B

次の設問[1], [2]に答えよ.

[1] 次の小問(1)と(2)に答えよ.

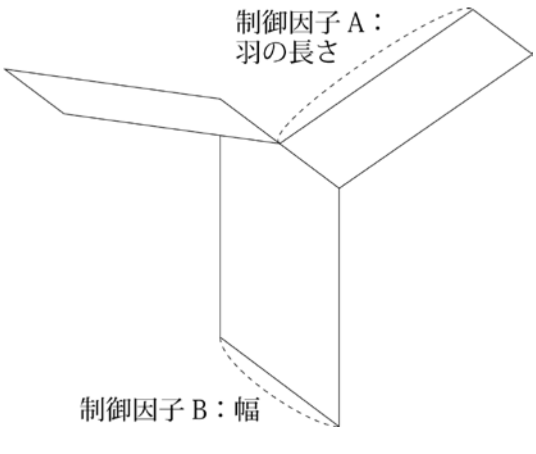
(1) 以下の品質向上, 信頼性向上に関する問い(i)から(iii)に答えよ.

(i) ある部品の品質特性の工程能力は 0.67 であった. この部品は重要保安部品であるために工程能力を 1.33 以上にするために, 現状の製造条件による層別した分析を行い目標を達成した. 改善前と改善後もいずれも品質特性の分布の平均は両側規格の中心にあるとして, 改善前後の分布の状況を下限規格 S_L, 上限規格 S_Uとともに図で示せ. また工程能力で示される品質は何と呼ばれ, 層別により除かれたバラツキの原因は何と呼ばれるか答えよ.

(ii) ある部位の故障率は一定で, λ=0.005／月の指数分布に従うとすれば, 故障までの平均時間 MTTF はいくらか. 20 ヶ月後のこの部位の信頼度はどのように求められるか. もしこれが 0.9 であり, 冗長設計により信頼度 0.999 まで引き上げるためには, どのような設計にすればよいか. それぞれについて述べよ.

(iii) 製品の開発･設計時に品質をつくり込み, 信頼性を確保する活動は何と呼ばれるか答えよ. そしてその活動のために用いられる手法を 3 つ挙げよ.

(2) 下図のような紙ヘリコプターに対し, 制御因子 A として羽の長さを 4 水準, 制御因子 B として幅を 3 水準取り上げる. 設計の異なる 12 種類の紙ヘリコプターをそれぞれ 2 機作成し, 二人の試験者が各機を 5 回ずつ飛ばして飛行時間を計測し, その平均値を各機の飛行時間データとした.



この実験によって得られた 24 個のデータに関する解析について, 次の問い(i)から(iii)に答えよ.

(i) 試験者を繰り返しとし，因子 A，因子 B の二元配置データとして分散分析を行った結果，分散分析表は以下のようになった．空欄のうち，（a）から（d）に入る数値を答えよ．

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比
A	（a）	$\boxed{}$	1.20	$\boxed{}$
B	2.80	$\boxed{}$	$\boxed{}$	（b）
A×B	$\boxed{}$	$\boxed{}$	$\boxed{}$	4.00
残差	（c）	$\boxed{}$	0.05	
計	$\boxed{}$	（d）		

(ii) 試験者をブロック因子 C とした場合，A×C，B×C の交互作用はそれぞれ何を意味するか答えよ．

(iii)（ii）における 2 因子交互作用ならびに，A×B×C の 3 因子交互作用によって残差平方和が形成されるとすると，試験者をブロック因子 C とした際の分散分析表は以下のようにまとめられる．空欄のうち，（e）から（h）に入る数値を答えよ．

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比
A	$\boxed{}$	$\boxed{}$	$\boxed{}$	（e）
B	$\boxed{}$	$\boxed{}$	$\boxed{}$	$\boxed{}$
C	（f）	（g）	$\boxed{}$	$\boxed{}$
A×B	$\boxed{}$	$\boxed{}$	$\boxed{}$	$\boxed{}$
残差	0.50	$\boxed{}$	$\boxed{}$	
計	（h）	$\boxed{}$		

[2] 次の小問(1)と(2)に答えよ.

(1) 次のような最適化問題(P)と(D)を考える.

問題(P)

$$
\begin{aligned}
\text{最小化} \quad & \boldsymbol{c}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}_2 \\
\text{制約条件} \quad & \boldsymbol{a}x_1 + \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}_2 = \boldsymbol{b}, \\
& \|\boldsymbol{x}_2\| \le x_1.
\end{aligned}
$$

問題(D)

$$
\begin{aligned}
\text{最大化} \quad & \boldsymbol{b}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y} \\
\text{制約条件} \quad & \boldsymbol{a}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y} + z_1 = 0, \\
& \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y} + \boldsymbol{z}_2 = \boldsymbol{c}, \\
& \|\boldsymbol{z}_2\| \le z_1.
\end{aligned}
$$

ただし，$\boldsymbol{a} \in \mathrm{R}^m$, $\boldsymbol{A} \in \mathrm{R}^{m\times n}$, $\boldsymbol{b} \in \mathrm{R}^m$, $\boldsymbol{c} \in \mathrm{R}^n$ は定数で，$x_1 \in \mathrm{R}$, $\boldsymbol{x}_2 \in \mathrm{R}^n$, $\boldsymbol{y} \in \mathrm{R}^m$, $z_1 \in \mathrm{R}$, $\boldsymbol{z}_2 \in \mathrm{R}^n$ は変数とする．また，$\|\boldsymbol{w}\|$はベクトル$\boldsymbol{w}$の 2-ノルム$\sqrt{\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\mathbf{w}}$を意味する．このとき，次の問い(i)から(iii)に答えよ.

(i) $\|\boldsymbol{x}_2\| \le x_1$, $\|\boldsymbol{z}_2\| \le z_1$ のとき，$x_1 z_1 + \boldsymbol{x}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z}_2 \ge 0$ であることを示せ.

(ii) $(\overline{x_1}, \overline{\boldsymbol{x}_2})$ が問題(P)の実行可能解，$(\overline{\boldsymbol{y}}, \overline{z_1}, \overline{\boldsymbol{z}_2})$ が問題(D)の実行可能解であるものとする．このとき，各々の問題の目的関数値に次の関係があることを示せ.

$$\boldsymbol{c}^{\mathrm{T}}\overline{\boldsymbol{x}_2} \ge \boldsymbol{b}^{\mathrm{T}}\overline{\boldsymbol{y}}$$

(iii) 問い (ii) と同様に，$(\overline{x_1}, \overline{\boldsymbol{x}_2})$ が問題(P)の実行可能解，$(\overline{\boldsymbol{y}}, \overline{z_1}, \overline{\boldsymbol{z}_2})$ が問題(D)の実行可能解であるものとする．各々の問題の目的関数値に関して

$$\boldsymbol{c}^{\mathrm{T}}\overline{\boldsymbol{x}_2} = \boldsymbol{b}^{\mathrm{T}}\overline{\boldsymbol{y}}$$

という関係が成り立っている時，$(\overline{x_1}, \overline{\boldsymbol{x}_2})$ は問題(P)の最適解であり，$(\overline{\boldsymbol{y}}, \overline{z_1}, \overline{\boldsymbol{z}_2})$ は問題(D)の最適解であることを説明せよ.

(2) A 社の工場では, 700 個の電球を使用しており，毎月末に切れた（使用できなくなった）電球を新品と取り替えている．また，取り替えてから 4 カ月使用した電球は, すべて新品と取り替えている．電球について，新品が 1 カ月以内に切れる確率は 1/5, 1 カ月使用できたものが 2 カ月以内に切れる確率は 1/4, 2 カ月使用できたものが 3 カ月以内に切れる確率は 1/3 であるとする.

任意に選んだ特定の場所に取り付けられた電球に注目し， t カ月目の取り換え作業後における新品からの経過月数 （0 カ月，1 カ月，2 カ月，3 カ月） を確率変数 $X_t \in \{0, 1, 2, 3\}$ で表す．このとき，次の問い(i)から(iii)に答えよ.

(i) 離散時間確率過程 $\{X_t\}$ がマルコフ連鎖となることを説明し，その推移確率行列 P を求めよ.

(ii) 新品の電球が取り替えられるまでの経過月数の期待値を求めよ.

(iii) このマルコフ連鎖の定常分布を求めよ.

問題：経営管理 A

次の設問[1], [2], [3]に答えよ.

[1] 大岡山カーリングクラブ（以下 OCC）は, 創設 3 年目をむかえた学生サークルである. 創設時のメンバー数は 4 名であり, その当時は, 各種のタスクが発生するたびに, 手が空いていたり, そのタスクが得意であったりするメンバーが自主的に対応して, 臨機応変に活動していた. しかし, メンバー数が急増して 20 名となった 2 年目からは, 用具管理, 会計, 技能講習といった固定的役割を定め, クラブの規則も制定し, これらに沿って活動するようになった. 重要な意思決定は, 創設時メンバー4 名の会議で行っている. 次の小問(1) から(3) に答えよ.

(1) 今後, OCC が 100 人以上の組織に成長した場合を想定して, その「分化」と「統合」の過程を記述せよ.
(2) 組織構造の主要次元として, 集権性・公式性・複雑性の 3 つがある. それぞれの次元について説明せよ.
(3) 今後, 100 人以上の組織に成長した OCC が「機械的組織」と「有機的組織」のどちらの特徴を備えた組織になるかを予想し, その論拠をコンティンジェンシー理論（環境適応理論）の考え方を用いて示せ. ただし, 「機械的組織」と「有機的組織」のどちらを選んだかの選択自体は, 採点に影響しない.

[2] 少子高齢化で人口構成が大きく変化したある地方都市で, 洋服を販売する小売店の店主は, この数年間, 業績の低迷に悩んできた. そこで, 店主はマーケティングの概念を経営に取り入れて業績の向上を図ろうとしている. 次の小問(1) から(3) に答えよ.

(1) この店主は, マーケティング・ミックス 4P 戦略を考える前に, 人口構成の変化に対応するため, どのようなマーケティング意思決定を行うべきなのかを説明せよ.
(2) 小売業者は商品を顧客に提供しているが, 原則として商品を生産しているのではない. このとき, 小売業者のマーケティング・ミックス戦略のプロダクト（Product）戦略の意思決定では何を決めるべきか, この店主の立場から, (1)でのあなたの答えと関連付けて, 3 つ以上挙げよ.
(3) プレース（Place）戦略は, 製造者の場合はマーケティング・チャネルの意思決定になるが, 小売業者の場合は何を決めるべきか. ここでは, “この店主が顧客のために, 2 号店をオープンする” と想定し, 具体的に答えよ.

[3] 水槽に２種類の微生物 X, Y が生息している. X は捕食者で, 毎日一匹の X は, 一匹の Y を食べ, ２匹に増えるという. 食べられる Y がいないときには, X は死滅するとする. X が x 匹, Y が y 匹いることを, (x, y)で表し, 状態と呼ぶことにする. また, N を０以上の整数とするとき, C=N×N, T=N とし, δ:C×T→C を状態遷移関数とする.

ここで, δ((x, y), k)=(x', y')は, 状態(x, y)が k 日後に(x', y')に変化することを表している.

このとき, 以下の問いに答えよ. なお, 解答にあたって必要となる仮定がある場合には, それを明示して使ってもよい.

(1) きょう, X が 10 匹, Y が 200 匹いるとするとき, 今後１週間の各々の個体数の変化について述べよ.

(2) 十分大きな数の Y が生息していると仮定したとき, k 日後の状態遷移 δ((x, y), k)を, x, y, k を用いて表せ.

問題：経営管理 B

次の設問[1], [2]に答えよ.

[1] X 社について下記のような財務情報が与えられているとき，次の小問(1)から(6)に答えよ.

	単位：百万円
固定負債	10,000
売上原価	25,000
流動資産	60,000
販売費及び一般管理費	60,000
資産合計	90,000
当期純利益	4,500
負債合計	40,000
売上高	100,000
株主資本合計	50,000
支払利息	7,500

注：上記以外の収益および費用は計上されていない.

(1) 売上高営業利益率を求めよ（単位，%).

(2) 負債比率を求めよ（単位，%).

(3) 流動比率を求めよ（単位，%).

(4) インタレスト・カバレッジ・レシオを求めよ.

(5) 小問 (2)から(4)で求めた指標にもとづいて, X 社の安全性（支払い能力）を評価せよ.

(6) X 社の安全性をより詳細に評価するためには，小問(2)から(4)で求めた指標以外にどのような数値や指標を調査する必要があるだろうか. 有用な指標を 2 つ挙げ，それらの指標を選択した理由を説明せよ. なお，必要な情報は追加的に入手可能であると仮定する.

[2] 次の小問(1)から(3)に答えよ.

(1) CAPM（Capital Asset Pricing Model）は，全ての株式の期待収益率が証券市場線上に決定されることを示す．いま，期待収益率が証券市場線より上に位置する株式が存在するとする．CAPM では，この株式に対してどのような裁定取引が生じることを想定しているかを説明せよ.

(2) 企業 A は無借金企業である．この企業の株式のベータ値は 0.8，株式の時価総額は 100 億円で，エクイティ・リスクプレミアムは 6%である．いま，投資条件一定の下で，この企業が 20 億円だけ無リスク利子率 3%で借入し，同額の自己株式を買い入れ償却する．このとき，企業 A の株式の期待収益率は何%か，答えよ．ただし，法人税の存在しない完全資本市場を前提として，計算過程を示すこと.

(3) 銘柄 A，B の収益率（年，%）の分散・共分散マトリックスは以下の通りである．ある投資家が，銘柄 A, B をそれぞれ 2 億 5 千万円（総額 5 億円）保有するポートフォリオに投資した．このポートフォリオの収益率の分散を求めよ.（解答の単位は%の二乗値のままでよい.）

	A	B
A	256	96
B	96	400