筆答専門試験科目(午前)　　2020 大修

土木・環境工学系(基礎科目)

時間　9:30～11:00

注　意　事　項

1. 問題は全部で 4 題ある。すべての問題に解答せよ。
2. 解答は問題 1 題ごとに別々の解答用紙に記入せよ。1 題につき1枚使用すること。
3. 各解答用紙には必ず受験番号および問題番号を記入せよ。
4. 問題冊子・下書き用紙は持ち帰ってよい。
5. 各問題の配点はそれぞれ 25 点，合計 100 点満点とする。

筆答専門試験科目(午前)　　2020 大修

土木・環境工学系(基礎科目)　　時間 9:30〜11:00

1. 次の常微分方程式の一般解を求めよ。

(1) $(2x+y)dx + xdy = 0$

(2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - \dfrac{dy}{dx} - 6y = 0$

(3) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 3\dfrac{dy}{dx} + 2y = \cos(2x)$

2. $\mathbf{\Lambda}$を対角行列とするとき，正方行列$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}$に対し，$\mathbf{\Lambda} = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{P}$となる行列$\mathbf{P}$を求めよ。

(次のページに続く)

筆答専門試験科目(午前)　2020 大修

土木・環境工学系(基礎科目)　時間 9:30～11:00

3. 球対称な空間での波動方程式(球面波の波動方程式)は,

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}+\frac{2}{r}\frac{\partial u}{\partial r}-\frac{2u}{r^2}=\frac{1}{c_L^{\,2}}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \tag{3.1}$$

と表される。ここで，r は波源からの距離，u は半径方向変位，t は時刻，c_L は縦波の波速度であり，u はポテンシャル関数 $\phi(r,t)$ を用いて，以下のように表せるとする。

$$u=\frac{\partial \phi(r,t)}{\partial r}. \tag{3.2}$$

この時，以下の問いに答えよ。

(1) $\dfrac{\partial}{\partial r}\left(\dfrac{2}{r}\dfrac{\partial \phi}{\partial r}\right)$，および，$\dfrac{\partial^2}{\partial r^2}(r\phi)$ を展開し，r，$\dfrac{\partial \phi}{\partial r}$，$\dfrac{\partial^2 \phi}{\partial r^2}$ を用いて表せ。

(2) 式 (3.2) を 式 (3.1) に代入して，$r\phi$ に関する 1 次元波動方程式を導け。なお，導出の過程も明示すること。

(3) $\phi(r,t)$ の一般解を求めよ。

4. ある工場で生産される製品の強度の母平均は 10 であった。この製品の材料を変更することを検討する。材料を変えた製品から無作為に 10 個の標本を抽出し，その強度を調べたところ，次のような結果を得た。

11,　9.0,　9.0,　10,　8.0,　10,　9.0,　9.0,　9.0,　11

この時，以下の問いに答えよ。

(1) 材料を変更した製品強度の標本平均 $\overline{X}$，標本分散 S^2，不偏分散 U^2 を求めよ。

(2) 材料を変更することによって強度に変化があったか否か，有意水準 10%で検定せよ。なお，この問いを解くにあたっては，表 4.1 を用いてよい。また，計算に当たっては，$\sqrt{2}=1.414$，$\sqrt{5}=2.236$，$\sqrt{11}=3.317$，$\sqrt{17}=4.123$ としてよい。

表 4.1　t 分布表　自由度 ν で $\Pr\{t \geq t_\alpha(\nu)\}=\alpha$ となる $t_\alpha(\nu)$

自由度 ν ＼ 上側確率 α	0.20	0.10	0.05	0.025
9	0.883	1.383	1.833	2.262
10	0.879	1.372	1.812	2.228
11	0.876	1.363	1.796	2.201

筆答専門試験科目（午後）　　2020 大修

土木・環境工学系（専門科目）

時間　13:30～15:30

注　意　事　項

1. 問題は構造力学，水理学，土質力学，コンクリート工学，土木計画学，数理学の全部で 6 題ある。この中から 3 題を選択して解答せよ。
2. 解答は問題 1 題ごとに別々の解答用紙に記入せよ。1 題につき 2 枚まで用いてよい。
3. 各解答用紙には必ず受験番号および選択した問題名を記入せよ。
4. 貸与した電卓を使用してもよい。
5. 問題冊子・下書き用紙は持ち帰ってよい。
6. 各問題の配点はそれぞれ 100 点，合計 300 点満点とする。

筆答専門試験科目（午後）　2020 大修

土木・環境工学系（専門科目）

時間　13:30～15:30

構造力学

1. 以下の用語について，それぞれ簡潔に説明しなさい。適宜，図を用いてもよい。

(1) 平面ひずみ状態

(2) 影響線

(3) 間接荷重（トラス構造を例として説明しなさい）

2. 図1に示すような 2 つの部材から構成されるトラス構造を考える。C 点に鉛直下向きに荷重 P が作用している。以下の問いに答えなさい。なお，部材 BC の引張剛性は，部材 AC の引張剛性（EA）の α 倍（$\alpha>0$）となっているものとする。

(1) 図1に示されているトラス構造は静定であるか，不静定であるか，理由とともに答えよ。

(2) 部材の軸力をそれぞれ求めよ。

(3) C 点の鉛直変位（鉛直下向きを正とする）を求めよ。

(4) C 点の水平変位（右向きを正とする）を求めよ。

(5) α が $0.5<\alpha<4$ の範囲で変化する場合，C 点の鉛直変位および水平変位はそれぞれどのように変化するか，α を横軸にとり C 点の鉛直変位および水平変位のグラフの概形を描け。

(6) $\alpha=1$ である場合を考える。そのうえで，トラス構造に，もう 1 本のトラス部材 CD（引張剛性 $2EA$）を図 2 のように取り付けたとする。この場合の C 点の鉛直変位（鉛直下向きを正とする）を求めよ。

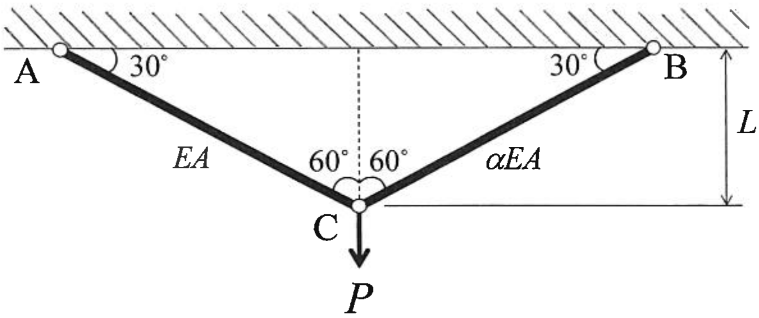

図 1　トラス構造

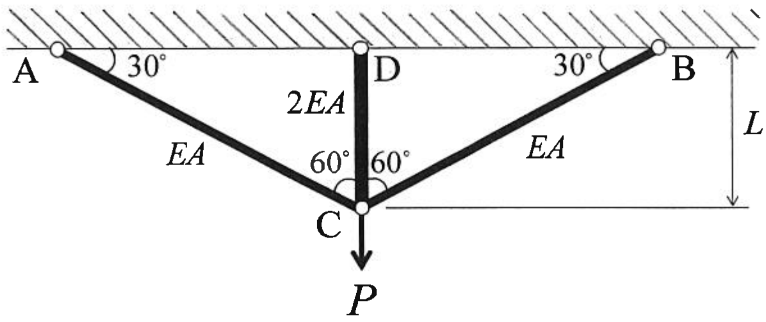

図 2　部材を追加したトラス構造

（このページは落丁ではありません）

筆答専門試験科目（午後）　2020 大修

土木・環境工学系（専門科目）

時間　13:30～15:30

水理学

1 と 2 は別の解答用紙に解答せよ。

1.　開水路に関する以下の問いに答えよ。ただし，重力加速度は g とし，水の密度は ρ とする。

(1)　マニングの平均流速公式について，以下の①～③に答えよ。その際，径深は Rとし，他に必要な記号があれば各自定義せよ。

①　どのような条件において成立する式とされているか，成立する条件について一行程度で説明せよ。

②　粗度係数の次元を記せ。

③　開水路の摩擦損失係数を f' とするとき，粗度係数を f' を用いて表せ。

(2)　図 1 は，スルースゲート下部からの水の流出を示している。エネルギー損失が無視できるとしたとき，ゲートに作用する単位幅当たりの力 Pを求めなさい。ただし，床は水平であり，水路やゲートなどの幅は十分広いとする。図中の記号は使ってよい。

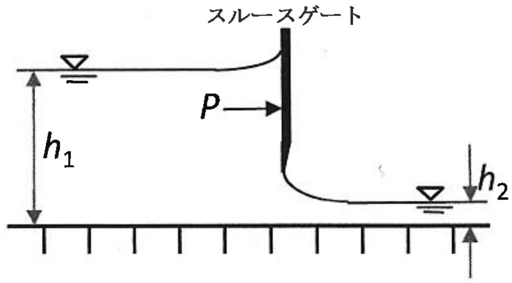

図 1　スルースゲートからの流出

水理学（続き）

2. 流体に関して以下の問に答えよ。

(1) 完全流体と実在流体の特徴を説明した上で，それぞれの流体内でのせん断応力に関して両者の違いを 100 字程度で説明せよ。

(2) 図 2 のように平行に置かれた平板間を水が流れており，x 方向流速 $u(z)$は式(1)のように与えられる。このような流れ場における断面方向のせん断応力 τ の分布を z の関数で表わせ。なお、u_{max} は x 方向の流速の最大値，a は平板間の距離を示す。他に必要な記号があれば適宜定義せよ。

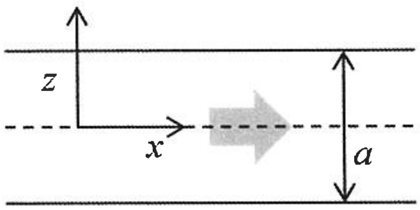

図 2　平板間の水の流れ

$$u(z) = u_{max}\left(1 - \frac{4z^2}{a^2}\right) \qquad (1)$$

(3) 直径 1m の直円管を用いて，流体 A を断面平均流速 1m/s となるように流すことを想定する。レイノルズ相似則を適用して，これを模した実験を行うため，直径が 10cm の模型管路および流体 B を用意した。この実験で模型管路に流すべき断面平均流速を求めよ。なお，流体 A および流体 B の動粘性係数はそれぞれ 2.0×10^{-5}m²/s および 1.0×10^{-6}m²/s とする。

筆答専門試験科目(午後)　　2020 大修

土木・環境工学系(専門科目)　　時間 13:30〜15:30

土質力学

1. 図-1 に示す水平二層地盤を考える。この地盤の上層 5m は一様な砂質土であり，その下に一様な粘性土層がある。地下水位の深さは粘性土層上面(z=5m)で，粘性土層は全て完全飽和(飽和度 S_r=100%)し，静水圧状態にある。砂質土層の単位体積重量(γ_t)，間隙比(e)，土粒子比重(G_s)，並びに粘性土層の飽和単位体積重量(γ_{sat})，土粒子比重(G_s)，静止土圧係数(K_0)，液性限界(w_L)，塑性限界(w_P)は図に示す通りである。水の単位体積重量をγ_w=10kN/m^{3}として，以下の問いに答えなさい。

(1) 砂質土層の含水比(w)と飽和度(S_r)，粘性土層の間隙比(e)はそれぞれいくらか。
(2) 粘性土の塑性指数(I_P)，液性指数(I_L)はそれぞれいくらか。
(3) 粘性土の圧密状態は正規圧密状態に近いか，それとも大きな過圧密比(OCR)の過圧密状態か，その理由についても説明せよ。
(4) 深さ 15m 地点の鉛直全応力(σ_v)，鉛直有効応力(σ'_v)，間隙水圧(u)はそれぞれいくらか。
(5) 深さ 15m 地点のモールの応力円を全応力，有効応力についてそれぞれ描くとともに，円上に極(P)の位置を示せ。
(6) 深さ 15m 地点における図に示すような水平角 30°の面に作用する有効直応力(σ')とせん断応力(τ')を求めよ。

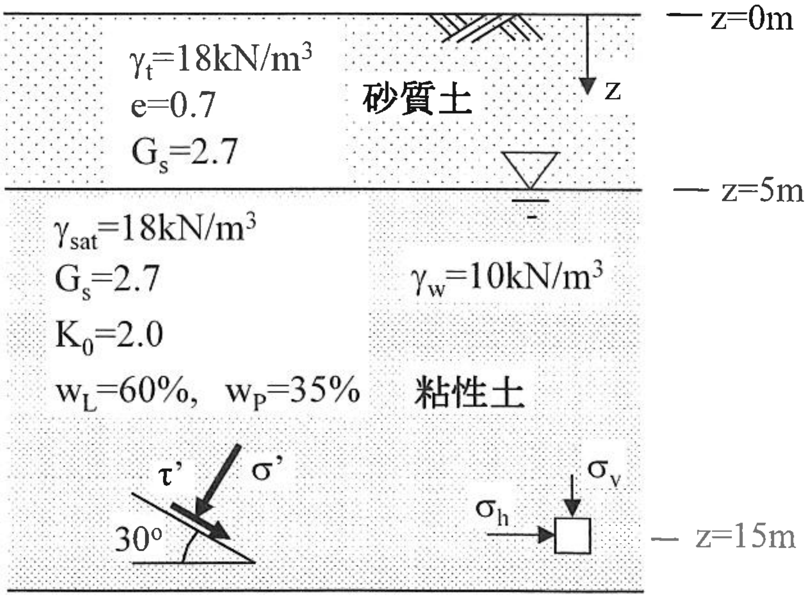

図-1　二層地盤

土質力学（続き）

2. 河川堤防築造のために均質な細粒分混じり砂質土の地山から土を掘削し，盛土工事を行う。この地山の湿潤密度 ρ_t は 2.00g/cm^3，含水比 w は 20%，土粒子密度 ρ_s は 2.70g/cm^3 であった。この土に対して突き固めによる締固め試験を行い，図-2 に示す締固め曲線を得た。また，図には，ゼロ空隙曲線，飽和度（Sr）90%，80%曲線も示してある。以下の問いに答えよ。

(1) この土の最適含水比（w_{opt}）と最大乾燥密度（ρ_{d_max}）はそれぞれいくらか。

この堤防の設計では堤防盛土の締固めにおける設計乾燥密度（ρ_{d_design}）を 1.33g/cm^3 とし，その乾燥密度に対する含水比の影響を調べるために，A 試料（w=21%），B 試料（w=25%），C 試料（w=29%）を作製した。

(2) この設計乾燥密度の締固め度（D_c）はいくらか。

(3) C 試料の湿潤密度（ρ_t）は~~それぞれ~~いくらか。なお，水の密度は ρ_w=1.00g/cm^3 とする。

A，B，C 試料に対して一軸圧縮試験を行い，図-3 に示す軸応力-軸ひずみ関係を得た。

(4) B 試料の一軸圧縮強度（q_u）と割線弾性係数（E_{50}）はそれぞれいくらか。

(5) 堤防盛土材の締固め工事における設計含水比として，A，B，C 試料の含水比の中で最も適切なものはどれか。また，その理由を 100 字程度で説明せよ。

(6) 堤防の築造工事では，高さ 4m，天端幅 3m，堤防敷 19m の台形断面の盛土を長さ 1,000m 築造予定である。この場合，地山からは何 ton の土を掘削する必要があるか。ここで掘削作業中，地山土の含水比は変化しないと仮定する。

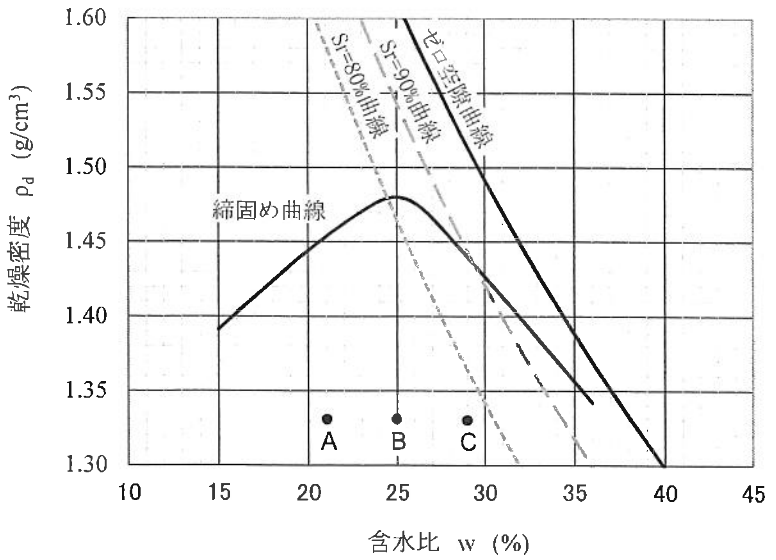

図-2 盛土材の締固め曲線

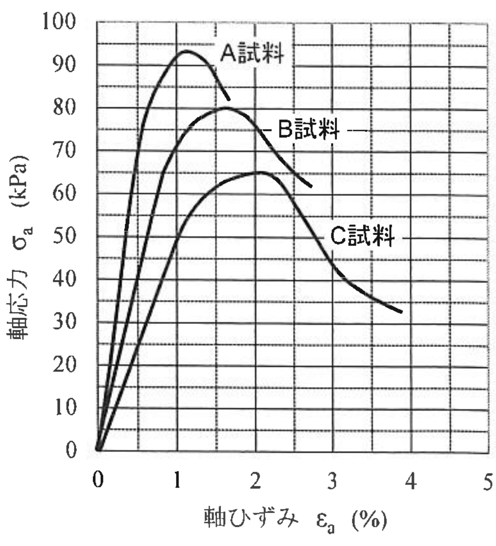

図-3 盛土材の一軸圧縮試験結果

筆答専門試験科目（午後）　2020大修

土木・環境工学系（専門科目）　時間　13:30～15:30

コンクリート工学

1. 設計基準強度が40N/mm^2，スランプが12.0±2.5cm，空気量が4.5±1.5%のコンクリートの配合設計を行うとして，次の設問に答えよ。ただし，計算にあたっては，セメントの密度は3.14g/cm^3，細骨材と粗骨材の密度（表面乾燥飽水状態）はそれぞれ，2.55g/cm^3，2.72g/cm^{3}とする。なお，事前に試し練りを行ったところ，コンクリートの圧縮強度 f_c' (N/mm^2)とセメント水比(C/W)の間に，$f_c' = 20\times(C/W)-2$ の関係があることが分かっている。

(1) 配合検討の結果，単位水量が158kg/m^3，細骨材率（s/a）が44.2%となった。このとき，セメント，水，細骨材および粗骨材の単位量を求めよ。ただし，強度の割増係数は1.2とする。

(2) 練混ぜを行ったところ，スランプが13.5cm，空気量が5.5%となった。このコンクリートをこのまま静置して，1時間後に再びスランプと空気量を測定した場合，これらの値は大きくなるか，小さくなるか，それとも変わらないか，それぞれ適当なものを理由とともに答えよ。

(3) このコンクリートの練混ぜにあたっては，空気量を調整するためにAE剤を使用した。AE剤によるコンクリート中への空気の連行メカニズムを簡潔に説明せよ。

2. コンクリート構造物の塩害に関して，次の設問に答えよ。

(1) 塩害の発生が懸念される鉄筋コンクリート構造物からコアを採取して，コンクリート中の塩化物イオン濃度分布を調べたところ，図1が得られた。鉄筋（D16）のかぶりが70mmであった場合，この鉄筋が腐食しているかどうかを，その理由とともに述べよ。なお，この構造物は建設後20年が経過している。

(2) (1)の構造物の長寿命化を図るための補修工法として適当と考えられるものを，その根拠とともに示せ。

(3) 鉄筋が腐食すると，コンクリートのテンションスティフニングが失われると言われているが，このテンションスティフニングとは何か簡潔に説明せよ。

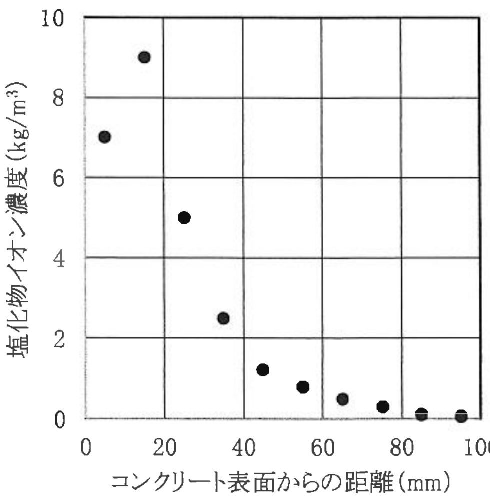

図1　塩化物イオン濃度分布

コンクリート工学（続き）

3. 図 2 に示す鉄筋コンクリート正方形断面の水平な図心軸から，e だけ離れた垂直な図心軸上の点に軸圧縮力 N'が作用している。このとき正方形断面は，軸圧縮力 N'と曲げモーメント M=N' e を同時に受けることになる。断面の寸法と材料特性は，

b=500mm, h=500mm, d=450mm, d'=50mm, A_s=A_s'= 2500mm²，コンクリートの圧縮強度 f_c'=30N/mm²，コンクリートのヤング係数 E_c=25kN/mm²，鉄筋の降伏強度（圧縮・引張共に）f_y=400N/mm²，鉄筋のヤング係数 E_s=200kN/mm² である。

断面の破壊はコンクリートの圧縮縁ひずみが破壊ひずみ ε_{cu}'=0.0035 に達した際に発生するものとする。また，曲げによるコンクリートの圧縮合力の計算には 0.85f_c'×0.8x（ただし，x は断面の圧縮縁から中立軸までの距離）の等価応力ブロックを使用してよい。鉄筋は圧縮・引張とも完全弾塑性体であるとする。このとき，以下の各問に答えよ。

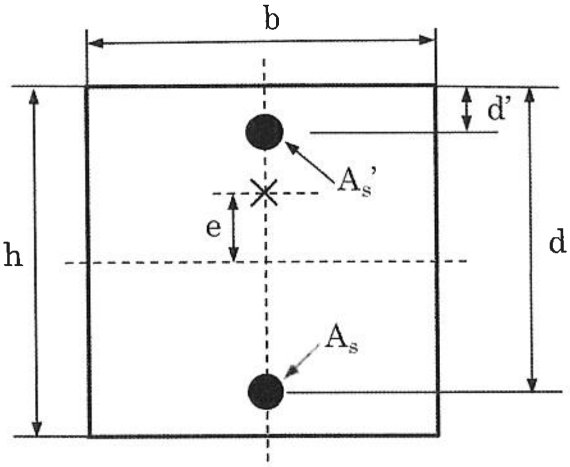

図 2　曲げと軸圧縮力を受ける鉄筋コンクリート正方形断面

(1) e=0 のときの純軸圧縮耐力 N_{uo}' は $N_{uo}' = 0.85\, f_c'\, bh + (A_s + A_s')\, f_y$ で求めることができる。ここで，右辺第一項の 0.85 は材料・施工上の検討から決められたものである。なぜ，f_c'bh ではなく，0.85 f_c' bh と低減されているのか，簡潔に説明せよ。

(2) 釣合破壊する際の軸圧縮耐力 N_u'(kN) と曲げ耐力 M_u(kN·m)，ならびにこのときの e (mm)を求めよ。

(3) e=300 mm のときの破壊形態を，(2)の結果に基づいて予測せよ。

筆答専門試験科目（午後）　　2020 大修

土木・環境工学系（専門科目）　　時間　13:30〜15:30

土木計画学

1．需要関数とサービス関数がそれぞれ式(1)，式(2)のように与えられた時の交通均衡と利用者便益について，以下の問いに答えなさい。Qはトリップ数，Sは所要時間，Q_0，S_0は正の定数（ただし，$Q_0 > S_0$）とする。

$$Q(S) = Q_0 - S \quad (1)$$
$$S(Q) = S_0 + Q \quad (2)$$

(1) 交通均衡条件を満足する，つまり，需要関数とサービス関数を同時に満たすトリップ数Q^*と所要時間S^*を求めなさい。

(2) システム改良を行って，サービス関数を式(3)のように変化させたとき，新しい均衡点(Q^{**}, S^{**})を求めなさい。

$$S(Q) = S_0 + Q/2 \quad (3)$$

(3) システム改良によって得られる消費者余剰の増分を図に示しなさい。図の横軸はトリップ数，縦軸は所要時間とすること。

(4) システム改良によって得られる消費者余剰の増分と，そのうち新たに誘発される需要による余剰の増分をそれぞれ式で示しなさい。

土木計画学（続き）

2. ある地域に四つの都市が存在し，それぞれの人口，都市の位置のX座標，Y座標が以下の表のように与えられている。

都市番号	人口	X座標	Y座標
1	3	0	0
2	2	9	0
3	5	7	12
4	1	2	6

(1) この地域にゴミ処理施設を一つ設置したい。各都市から施設の地点(x, y)までの直線距離の二乗とその都市の居住人口をかけ合わせ，それを全ての都市で和をとったものをゴミ輸送の「総コスト」とする。総コストが最小となるように施設の位置を定める数理計画問題を定式化しなさい。また，施設の最適な位置を求めなさい。

(2) (1)の問題を考えるに当たり，行政当局が，ゴミ処理施設の立地可能な地点(x, y)の範囲として $x^2 + y^2 \leq 16$ という制限を新たに設けた。このような制限のことを都市計画では何と言うか答えなさい。また，この制限がある場合に，(1)で定義したゴミ輸送の総コストが最小となるように施設の位置を求める数理計画問題を定式化し，施設の最適な位置を求めなさい。

(3) この地域に鉄道駅を一つ設置したい。鉄道路線は既設されており，路線位置は $3x + 4y = 12$ で表される直線とする。駅は路線上にしか設置できない。このとき，(1)と同様，各都市から施設までの直線距離の二乗とその都市の居住人口をかけ合わせ，それを全ての都市で和をとったものを住民の移動の「総コスト」とみなすとき，総コストが最小となるように駅の位置を定める数理計画問題を定式化しなさい。また，駅の最適な位置を求めなさい。

筆答専門試験科目（午後）　2020　大修

土木・環境工学系（専門科目）　時間 13：30〜15：30

数理学

X を確率変数とし，X の確率密度関数を $p_X(x)$ とする。任意の関数 $f(x)$ の期待値 $\langle f(x)\rangle$ は以下のように定義される。

$$\langle f(x)\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)p_X(x)dx \tag{1}$$

このとき，$p_X(x)$ に従ってサンプリングされた X の M 個の実現値 (これを標本と呼ぶ) の集合を $\{x_i\}$ $(i = 1, 2, \ldots, M)$ と表わすと，$f(x)$ の期待値は近似的に

$$\langle f(x)\rangle \approx \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} f(x_i) \tag{2}$$

によって求められる。このことを用いて任意の関数の積分を求める方法について以下の問 1〜6 に答えよ。

1. 標本から求められたある母数の推定量の期待値が真の母数に等しいとき，その推定量を不偏推定量と呼ぶ。式 (2) の右辺は真の期待値 $\langle f(x)\rangle$ の不偏推定量であることを示せ。

2. 式 (2) の右辺の誤差を ε とすると，

$$\varepsilon = \left| \frac{1}{M}\left\{\sum_{i=1}^{M} f(x_i)\right\} - \langle f(x)\rangle \right| \tag{3}$$

と表わされる。関数 $f(x)$ について $\mu_f = \langle f(x)\rangle$，$\sigma_f^2 = \int (f(x) - \mu_f)^2 p_X(x)dx$ とすると，式 (3) の右辺第 1 項の中括弧内は，$M \to \infty$ のとき中心極限定理によって平均 $M\mu_f$，分散 $M\sigma_f^2$ なる正規確率変数に収束する。

　このことを用いて，ε は平均 0，分散 σ_f^2/M なる正規分布に従うことを示せ。

3. 問 2 の結果を用いて，式 (2) の近似の収束の速さを M のオーダーとして表わせ。例えば，M が 2 倍になったときに近似の誤差が 1/4 になるのであれば，収束の速さは M^{-2} である。

4. $f(x)$ が実数区間 $[a, b]$ において定義されるものとする。$p_X(x)$ が区間 $[a, b]$ における一様分布のとき，その確率密度関数を用いて式 (1) を書き改めよ。

5. 次の定積分の値 α を求めよ。

$$\alpha = \int_0^1 \sqrt{1 - x^2}dx \tag{4}$$

6. 問 4 を参考にして，式 (4) の定積分を区間 $[0, 1]$ の一様乱数を用いて求めるアルゴリズム (手順) をフローチャートまたは箇条書きによって説明せよ。