筆答専門試験科目（午前）　2021 大修

土木・環境工学系（基礎科目）

時間　11:00～12:30

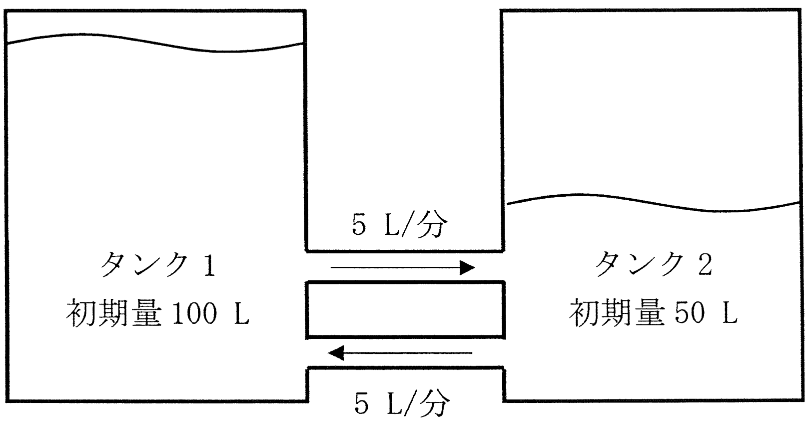
注　意　事　項

1. 問題は全部で 4 題ある。すべての問題に解答せよ。
2. 解答は問題 1 題ごとに別々の解答用紙に記入せよ。1 題につき1枚使用すること。
3. 各解答用紙には必ず受験番号および問題番号を記入せよ。
4. 問題冊子・下書き用紙は持ち帰ってよい。
5. 各問題の配点はそれぞれ 25 点，合計 100 点満点とする。

筆答専門試験科目(午前) 2021 大修

土木・環境工学系(基礎科目) 時間 11:00～12:30

1. 2 つの異なるタンクに同じ溶質を溶かした溶液が格納されている。これから図のように溶液を循環させて，これらの溶液を混合することを考える。タンク 1 に初期に格納された溶液は 100 L，タンク 2 に初期に格納された溶液は 50 L である。タンク 1 からタンク 2 へ溶液移動速度は 5 L/分，タンク 2 からタンク 1 への溶液移動速度は 5 L/分である。
なお，循環混合の過程において化学反応は一切生じないものとし，循環パイプを通って各タンク内に移動してきた溶液は，移動先のタンク内に入った瞬間に既存の溶液と完全に混ざりあい，各タンク内での濃度のばらつきはないものとする。また 2 つのタンクをつなぐパイプ部分の容積は 0 とみなしてよい。



(1) 循環開始からの経過時間を t (分)，その時にタンク 1，タンク 2 に存在する溶質量 (mol) を $y_1(t), y_2(t)$ として，これらの溶質量の経時変化を常微分方程式で表せ。
(2) (1) で導いた常微分方程式の一般解を示せ。
(3) (2) について，タンク 1 の初期濃度を 2 mol/L，タンク 2 の初期濃度を 20 mol/L としたときの特解を求めよ。
(4) (3) の初期条件の時に，タンク 1 の溶液濃度が 6 mol/L を超えるまでに必要な最低循環時間 (分) を示せ。なお解答は小数点第一桁までの精度で示すこと。ここで， $\log_e 2 = 0.69$, $\log_e 3 = 1.10$, $\log_e 5 = 1.61$ としてよい。

2. 次の常微分方程式の一般解を求めよ。

(1)

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 2y = 8x^2 + 8$$

(2)

$$\frac{dy}{dx} + \frac{1}{x}y - \cos x = 0$$

(3)

$$(2e^x + 4)\frac{dy}{dx} = 1$$

3. 次の偏微分方程式を与えられた境界条件のもと，変数分離法により解け。なお，方程式が線形の場合，重ね合わせの原理（解を線形結合したものも，その方程式の解になること）が成り立つことに注意すること。

$$\frac{\partial u(x,y)}{\partial x} = 2\frac{\partial u(x,y)}{\partial y} + u(x,y), \qquad u(x,0) = 3e^{-5x} + 2e^{-3x}$$

4. 互いに独立なふたつの正規確率変数 X_i $(i=1,2)$ を考え，これらの確率変数の平均および分散をそれぞれ，$\mu_{X_i}, \sigma_{X_i}^2$ $(i=1,2)$ とする。このとき，$\Lambda = \alpha_1 X_1 + \alpha_2 X_2$ によって定義される確率変数 Λ は，以下のような平均 μ_Λ および分散 σ_Λ^2 をもつ正規確率変数となる。ただし，α_i $(i=1,2)$ はゼロではない任意の実数である。

$$\mu_\Lambda = \alpha_1 \mu_{X_1} + \alpha_2 \mu_{X_2} \tag{1}$$

$$\sigma_\Lambda^2 = \alpha_1^2 \sigma_{X_1}^2 + \alpha_2^2 \sigma_{X_2}^2 \tag{2}$$

このことを用いて以下の問いに答えよ。

なお，任意の確率変数 X が平均 μ，分散 σ^2 の正規分布に従うとき，X の確率密度関数は次式で表わされることを用いてよい。

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{1}{2}\frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}\right] \tag{3}$$

また，解答にあたっては次ページの表2，表3に示す近似値を正しい値とみなして計算に用いること。

(1) N 個 (N は任意の自然数) の互いに独立な正規確率変数 X_i $(i=1,\ldots,N)$ を考え，これらの確率変数の平均および分散はそれぞれ，$\mu_{X_i}, \sigma_{X_i}^2$ $(i=1,\ldots,N)$ とする。このとき，次式で表わされる確率変数 Z の確率密度関数を求めよ。

$$Z = \sum_{i=1}^{N} \alpha_i X_i \tag{4}$$

ただし，α_i は任意の実定数で，少なくともひとつ以上の i について $\alpha_i \neq 0$ である。

(2) A市からB市へ移動する場合，図1に示すようにP町を経由するルートaとQ村を経由するルートbがある。A → P, P → B, A → Q, Q → B の各区間の所要時間は正規分布に従うと仮定することができて，それらの平均および分散は表1に示す値であることがわかっている。

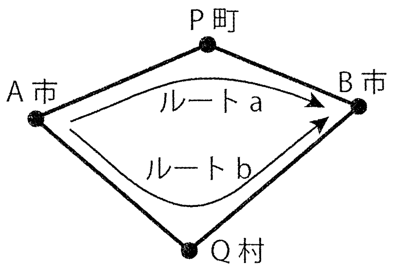


図1 二つのルート

表1 各区間の所要時間の平均および分散

ルート	区間	平均 [時間]	分散 [時間^2]
a	A → P	3	2
	P → B	7	4
b	A → Q	5	1
	Q → B	6	2

このとき，A市からB市へ移動する場合について，以下の問いに答えよ。

問1. ルートaの所要時間が8時間12分以内となる確率を求めよ。

問2. ルートbの所要時間が10時間9分以上，12時間42分以下となる確率を求めよ。

問3. ルートaのほうがルートbよりも早くB市に到着する確率を求めよ。

表 **2** 平方根の近似値

$\sqrt{1}=1$	$\sqrt{5}\approx 2.2$	$\sqrt{9}=3$
$\sqrt{2}\approx 1.4$	$\sqrt{6}\approx 2.4$	$\sqrt{10}\approx 3.2$
$\sqrt{3}\approx 1.7$	$\sqrt{7}\approx 2.6$	$\sqrt{11}\approx 3.3$
$\sqrt{4}=2$	$\sqrt{8}\approx 2.8$	$\sqrt{12}\approx 3.5$

表 **3** 標準正規分布表 (下式の近似値)

$$\Phi(s)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{s}\exp\left[-\frac{1}{2}\xi^2\right]d\xi$$

s	$\Phi(s)$	s	$\Phi(s)$	s	$\Phi(s)$	s	$\Phi(s)$	s	$\Phi(s)$	s	$\Phi(s)$
0.00	0.500	0.20	0.579	0.40	0.655	0.60	0.726	0.80	0.788	1.00	0.841
0.01	0.504	0.21	0.583	0.41	0.659	0.61	0.729	0.81	0.791	1.01	0.844
0.02	0.508	0.22	0.587	0.42	0.663	0.62	0.732	0.82	0.794	1.02	0.846
0.03	0.512	0.23	0.591	0.43	0.666	0.63	0.736	0.83	0.797	1.03	0.848
0.04	0.516	0.24	0.595	0.44	0.670	0.64	0.739	0.84	0.800	1.04	0.851
0.05	0.520	0.25	0.599	0.45	0.674	0.65	0.742	0.85	0.802	1.05	0.853
0.06	0.524	0.26	0.603	0.46	0.677	0.66	0.745	0.86	0.805	1.06	0.855
0.07	0.528	0.27	0.606	0.47	0.681	0.67	0.749	0.87	0.808	1.07	0.858
0.08	0.532	0.28	0.610	0.48	0.684	0.68	0.752	0.88	0.811	1.08	0.860
0.09	0.536	0.29	0.614	0.49	0.688	0.69	0.755	0.89	0.813	1.09	0.862
0.10	0.540	0.30	0.618	0.50	0.691	0.70	0.758	0.90	0.816	1.10	0.864
0.11	0.544	0.31	0.622	0.51	0.695	0.71	0.761	0.91	0.819	1.11	0.867
0.12	0.548	0.32	0.626	0.52	0.698	0.72	0.764	0.92	0.821	1.12	0.869
0.13	0.552	0.33	0.629	0.53	0.702	0.73	0.767	0.93	0.824	1.13	0.871
0.14	0.556	0.34	0.633	0.54	0.705	0.74	0.770	0.94	0.826	1.14	0.873
0.15	0.560	0.35	0.637	0.55	0.709	0.75	0.773	0.95	0.829	1.15	0.875
0.16	0.564	0.36	0.641	0.56	0.712	0.76	0.776	0.96	0.831	1.16	0.877
0.17	0.567	0.37	0.644	0.57	0.716	0.77	0.779	0.97	0.834	1.17	0.879
0.18	0.571	0.38	0.648	0.58	0.719	0.78	0.782	0.98	0.836	1.18	0.881
0.19	0.575	0.39	0.652	0.59	0.722	0.79	0.785	0.99	0.839	1.19	0.883

筆答専門試験科目（午後）　2021 大修

土木・環境工学系（専門科目）

時間　14:00～16:00

注　意　事　項

1. 問題は構造力学，水理学，土質力学，コンクリート工学，土木計画学，数理学の全部で 6 題ある。この中から 3 題を選択して解答せよ。
2. 解答は問題 1 題ごとに別々の解答用紙に記入せよ。1 題につき 2 枚まで用いてよい。
3. 各解答用紙には必ず受験番号および選択した問題名を記入せよ。
4. ~~貸与した~~電卓を使用してもよい。
5. 問題冊子・下書き用紙は持ち帰ってよい。
6. 各問題の配点はそれぞれ 100 点，合計 300 点満点とする。

筆答専門試験科目（午後）　2021 大修

土木・環境工学系（専門科目）

時間 14:00〜16:00

構造力学

図1に示すように，長さが $3l$，断面が $b \times h$ の長方形で，等方均質な線形弾性体からなる一端固定-他端単純支持の梁がある。梁の先端から l だけ離れた上面の点 $\mathrm{A}(-l, 0, -h/2)$ に荷重 P が作用しているが，荷重が作用していない状態では梁と支点の間に δ だけ隙間があるとする。梁のヤング率とポアソン比をそれぞれ E, ν とし，微小変形理論が成り立つとする。また，梁の自重は無視できるとする。

1．荷重 P が作用しても梁が支点に接していないとして，以下の問いに答えなさい。

(1)　荷重 P の作用点 A における鉛直変位を求めなさい。

(2)　梁先端から $2l$ だけ離れた点 $\mathrm{B}(-2l, 0, -h/2)$ における，梁の軸方向のひずみ ε_{xx} とそれに直角方向のひずみ ε_{yy} を求めなさい。

2．荷重 P を漸増して梁が支点に接したとして以下の問いに答えなさい。

(1)　梁が支点に接した瞬間における荷重 P の大きさを求めなさい。

(2)　梁が支点に接した瞬間における点 B における梁の軸方向のひずみ ε_{xx} を求めなさい。

(3)　さらに荷重 P を大きくすると点 B における梁の軸方向のひずみ ε_{xx} がゼロになった。このときの荷重 P の大きさを求めなさい。

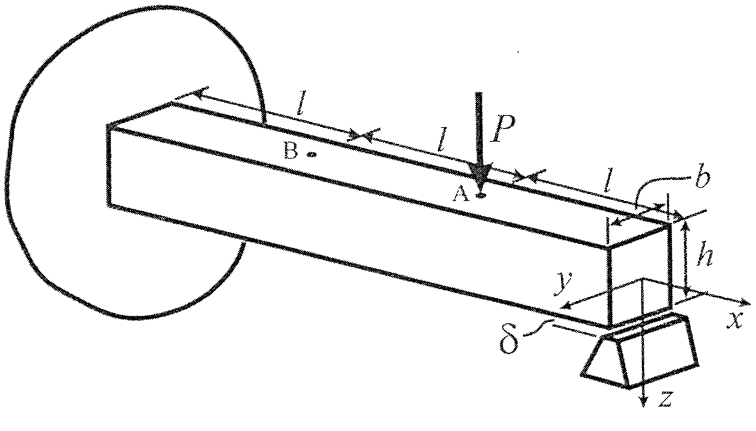


図1 一端固定-他端単純支持の梁

構造力学（続き）

（このページは落丁ではありません）

筆答専門試験科目(午後)　　2021 大修

土木・環境工学系(専門科目)　　時間 14:00～16:00

水理学

1と2は別の解答用紙に解答せよ。

1.

(1) 図 1 のように水平床に高さ Δz の段落ちを持つ矩形幅広開水路の急変流を考える。段落ち下流では跳水が生じている。段落ち上流側での水深と流速は h_1, v_1 とし，跳水後の水深は h_2とする。段落ち面には，上流側の水位を基準とした静水圧が作用しているとする。このとき Δz を h_1, h_2, v_1 を用いて表しなさい。導出過程も記しなさい。ただし，重力加速度は g とし，水の密度は ρとする。他に必要な変数等がある場合は，追加して構わない。

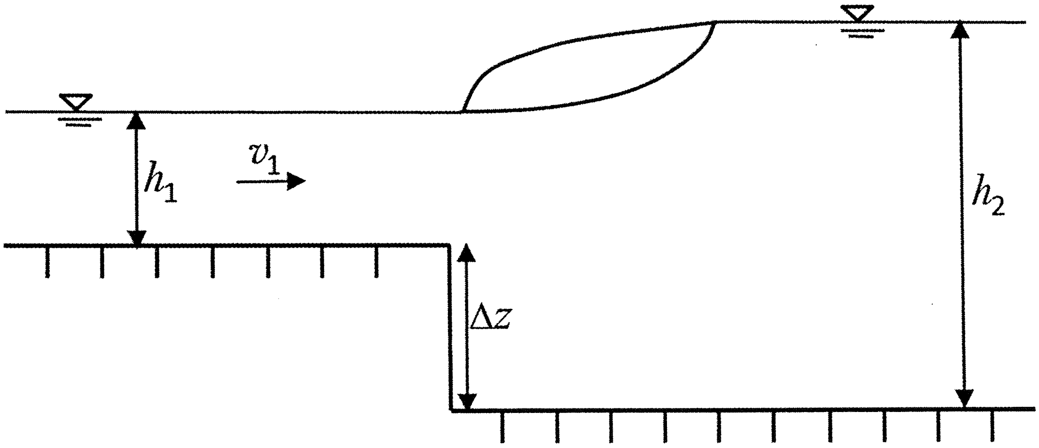


図 1　跳水を有する矩形幅広開水路の急変流

(2) 以下のどちらか一つを選択し，その概要と特徴について 120 字程度で説明しなさい。

①開水路の非定常流についての取り扱いの一つとしての kinematic wave 理論

②長波

水理学（続き）

2. 図 2 のように河川に橋脚が設置されている。以下の問に答えよ。

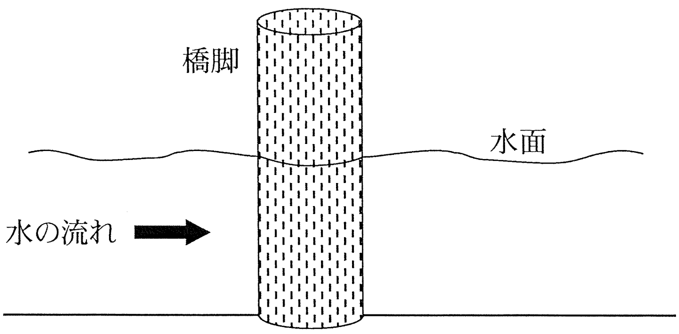


図 2　橋脚と水の流れ

(1)　橋脚には抗力が働く。この抗力が作用する原理を 100 字程度で説明せよ。

(2)　橋脚の下流側に形成される典型的な渦のパターンを図示せよ。また，その名称を答えよ。

(3)　上記の抗力は水理学的手法で推定することができる。その手順を箇条書きで説明せよ。なお，鉛直方向および時間的な流速の変化は平均値で扱えるものとする。

筆答専門試験科目（午後）　　　　　　2021 大修

土木・環境工学系（専門科目）　　　　　時間　14:00〜16:00

土質力学

1. 以下の透水に関する問題に解答せよ。

(1) 図 1(a)に示すような断面積 A=1m^2 で内壁が滑らかな容器内に，2 種の湿った砂（砂1と砂2）をそれぞれ 1m の厚さで締め固めた。両砂とも土粒子比重 G_sは 2.7 であり，重量は 18kN であった。砂 1 の基本的物理量を知るために，砂を炉乾燥したところ，重量が 16kN となった。砂 1 の含水比 w，間隙比 e および飽和度 S_rを計算せよ。ただし，水の単位体積重量γ_wを 10kN/m^{3}として計算せよ。

(2) 透水試験を実施するために，(1)の容器内の砂1の上面まで水を入れて砂を飽和させた。この時の砂1の下面（B 面）における鉛直全応力と鉛直有効応力を計算せよ。ただし，飽和させても間隙比は，変化しないとする。

(3) 図 1(b)に示すように水位差を 1m に保って透水試験を行った。砂 1 と砂 2 の透水係数がそれぞれ 1.0×10^{-5}m/s と 1.0×10^{-4}m/s であるとき，砂 1 と砂 2 内の動水勾配および単位時間当たりの透水量 qを計算せよ。

(4) (3)の時の砂 1 の下面（B 面）における間隙水圧および鉛直有効応力をそれぞれ計算せよ。

(5) (3)に続いて，水位差を徐々に大きくしていった時に，砂 1 にボイリングが発生する時の水位差を計算せよ。

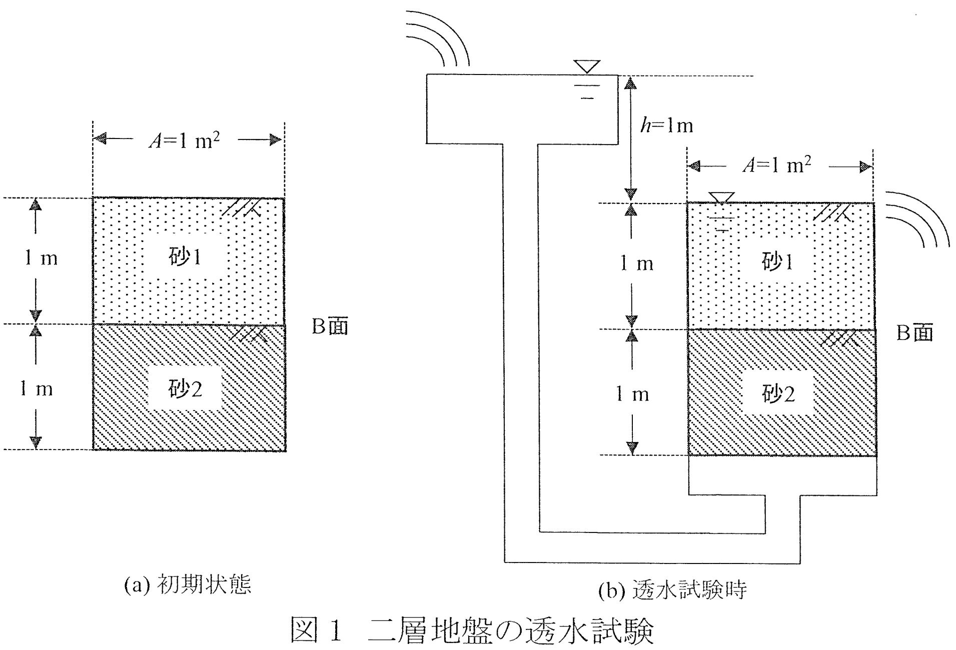


図 1　二層地盤の透水試験

土質力学（続き）

2. 飽和粘土供試体を対象とした三軸圧縮試験について，以下の問いに解答せよ。

(1) 直径 5cm，高さ 10cm の円筒形供試体を有効圧密圧力 100kPa で等方圧密した際に，平均圧密度 95%に到達するのに必要な時間を計算せよ。なお，供試体の圧密係数 c_v は $1.0\times10^{-3}\mathrm{cm^2/s}$ で，供試体の上下面のみから排水されるものとする。また，圧密度 95%時の時間係数 T_v を 1.13 とする。

(2) (1)の等方圧密が終了した後で，供試体中に間隙水圧を生じさせない排水条件で鉛直有効応力 σ'_1 のみを増加させるせん断試験を行った。なお，粘土の内部摩擦角 ϕ' と粘着力 c' は，それぞれ 30° と 0kPa とする。

(2.1) せん断開始時から破壊までの有効応力パスを $\frac{\sigma'_1-\sigma'_3}{2}$ (y 軸) ～ $\frac{\sigma'_1+\sigma'_3}{2}$ (x 軸) 平面に描きなさい。

(2.2) 破壊時の偏差応力 $(\sigma'_1-\sigma'_3)$ の大きさを計算せよ。

(3) (1)の等方圧密した後で，非排水条件で鉛直応力 σ_1 のみを増加させるせん断試験を行った。なお，粘土の内部摩擦角 ϕ' と粘着力 c' は(2)と同じとする。また，非排水せん断時における過剰間隙水圧は，Skempton の間隙水圧公式 $(\Delta u = B\{\Delta\sigma_3 + A(\Delta\sigma_1-\Delta\sigma_3)\})$ によって計算でき，その間隙水圧係数 A 値と B 値はせん断中一定でそれぞれ 0.5 と 1.0 と仮定する。

(3.1) せん断開始時から破壊までの有効応力パスを $\frac{\sigma'_1-\sigma'_3}{2}$ (y 軸) ～ $\frac{\sigma'_1+\sigma'_3}{2}$ (x 軸) 平面に描きなさい。

(3.2) 破壊時の偏差応力 $(\sigma'_1-\sigma'_3)$ と過剰間隙水圧の大きさを計算せよ。

筆答専門試験科目（午後）　2021大修

土木・環境工学系（専門科目）

時間　14:00～16:00

コンクリート工学

1. 表1の条件を満たすコンクリートの配合設計を行うこととしたとき，次の設問に答えよ。

表1　配合条件

水セメント比	スランプ(cm)	空気量(%)
0.40	8±2.5	5.0±1.0

※セメントの密度：3.14 g/cm^3

細骨材，粗骨材の表乾密度：2.58 g/cm^3, 2.62 g/cm^3

(1) 検討の結果，単位水量が 158 kg/m^3，細骨材率(s/a)が 42.5%となった。このとき，水，セメント，細骨材および粗骨材の単位量を求めよ。

(2) 練混ぜに先立って，細骨材と粗骨材の表面水率を測定したところ，それぞれ－1.5%と 0%であった。また，骨材のふるい分け試験の結果，細骨材の 5mm ふるいに留まる質量割合は 3%，粗骨材の 5mm ふるいを通過する質量割合は 8%であった。これらに対する配合の補正を行い，水，細骨材および粗骨材の単位量を求めよ。

(3) 練混ぜを行ったところ，水和熱が大きく，温度ひび割れの発生が懸念された。温度ひび割れの発生防止のための配合上の工夫を2つ挙げよ。

2. 次の設問に，それぞれ100字程度で答えよ。

(1) コンクリートのワーカビリティとコンシステンシーの違いについて説明せよ。

(2) コンクリートのクリープについて，「微細空隙」という用語を適切に用いて説明せよ。

(3) コンクリート構造物におけるかぶりの必要性について，ひび割れ幅と耐久性の観点から説明せよ。

コンクリート工学（続き）

3. 図１に示すような，単純支持され，２点対称荷重を受ける，単鉄筋長方形断面 RC はりを考える。作用する荷重は P である。せん断スパン a=1600mm, 等モーメント区間 a=1600mm, はりの高さ h=500mm，有効高さ d=400mm，幅 b=300mm である。鉄筋は断面積 A_s =2400mm², 降伏強度 f_y = 400N/mm², ヤング係数 E_s = 200kN/mm² の完全弾塑性体である。コンクリートは圧縮強度 f_c' = 30N/mm², 破壊ひずみ ε_{cu}' = 0.0035 である。このとき，次の設問に答えよ。

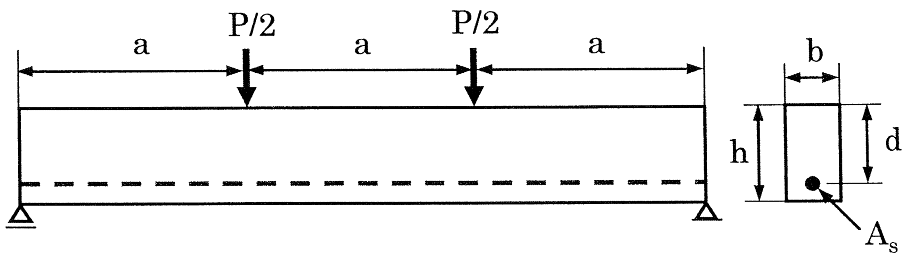


図１　２点対称荷重を受ける単鉄筋長方形断面 RC はり

(1) この RC はりの曲げ破壊荷重 P_f を求め，kN 単位で表せ。ただし，破壊時のコンクリートの曲げ圧縮合力の計算には，$0.85f_c' \times 0.8x$（ただし，x は断面の圧縮縁から中立軸までの距離）の等価応力ブロックを使用してよい。

(2) RC はりがせん断破壊しないようにするには，所要のせん断補強を行い，せん断破壊荷重（P_u）を曲げ破壊荷重（P_f）以上としておく必要がある。RC はりのせん断耐力は，修正トラス理論（$V_u = V_c + V_s$）を用いて予測できるものとする。このとき，せん断補強筋以外が分担するせん断抵抗 V_c が 113.7 kN であったとすると，トラス理論により求められる，せん断補強筋の貢献分 V_s の値は，(1)の結果を考慮して，いくら以上でなければならないか，kN 単位で表せ。ただし，$P_u = 2V_u$ である。

(3) 一般に，V_c は 3 つの抵抗メカニズムから得られると言われている。この 3 つの抵抗メカニズムをそれぞれ簡単に説明せよ（合計で 100 字程度)。

(4) 垂直スターラップによってせん断補強を行うものとする。スターラップの形状は閉合型で, 降伏強度は f_{wy} = 300N/mm² とする。スターラップには D13（公称断面積 A_s = 126.7mm²）の異形鉄筋を使用する。このとき，(2)の条件を満たすためには，スターラップの水平配置間隔 s を何 mm 以下としなければならないか，mm 単位で表せ。ただし，トラス理論式に必要なモーメントの腕の長さは z = (7d)/8 としてよい。また，トラスの圧縮斜材角は 45 度としてよい。

筆答専門試験科目（午後）　2021 大修

土木・環境工学系（専門科目）　時間 14:00～16:00

土木計画学

1．観光施設の中にある，魅力度の等しいふたつのアトラクション($a = 1,\ 2$)を考える。観光施設への来客数をQ（人）とし，客はふたつのアトラクションのいずれかを利用するとする。各アトラクションの利用者数を$x_a(a = 1, 2)$とする。ひとりあたりの待ち時間（分/人）は，利用者数の増加により線形に増加する関数$t_a(x_a) = A_a + B_a x_a$ とする。A_a, B_aは正の定数で与件とする。利用者数や待ち時間はすべて実数とする。

(1) 観光客は待ち時間が短いほうのアトラクションを選択するとしたとき，「利用されているアトラクションの待ち時間は等しく，その値は利用されていないアトラクションの待ち時間より小さいか，またはせいぜい等しい状態」になれば選択は変化せず均衡状態になるとする。均衡状態を数式で表現すること。

(2) 観光客の数 Q が十分に大きく，均衡状態ではふたつのアトラクションが両方とも利用されるとき，均衡条件を満足する各アトラクションの利用者数を数式で表現すること。

(3) $t_1(x_1) = 1 + 2x_1$，$t_2(x_2) = 2 + x_2$，$Q = 5$ のとき，それぞれのアトラクションの利用者数，ひとりあたりの待ち時間，利用者全体の総待ち時間を求めること。

(4) 利用者の選択は考慮せずに，利用者全体の総待ち時間を最小にするように利用者をそれぞれのアトラクションに割り振ることができるとき，最適割り振り問題を定式化すること。

(5) $t_1(x_1) = 1 + 2x_1$，$t_2(x_2) = 2 + x_2$，$Q = 5$ のとき，(4)の最適割り振り問題を解いて，それぞれのアトラクションの利用者数，ひとりあたりの待ち時間，利用者全体の総待ち時間を求めること。

(6) どちらかのアトラクションで客にクーポン（価値 P 円相当）を提供し，均衡状態が最適割り振りと同じ状態となるよう誘導することを考える。どちらのアトラクションでいくらのクーポンを配ればよいか。利用者の時間価値は 1（円/分）としてよい。

土木計画学（続き）

2.　K 市と M 市を結ぶ交通手段が現在乗用車とバスしかない状況において，両市を新規に結ぶ LRT プロジェクトを検討する。交通調査の結果，K 市から M 市へのトリップにおける乗用車，バス，LRT の交通手段選択確率 $P_{乗用車}$，$P_{バス}$，P_{LRT} は，各手段に対する効用関数 $U_{乗用車}$，$U_{バス}$，U_{LRT} を，

$$U_{乗用車} = -0.1\times(乗用車の所要時間(分))-0.005\times(乗用車の費用(円))$$
$$U_{バス} = -0.1\times(バスの所要時間(分)) -0.005\times(バスの費用(円)) -0.5$$
$$U_{LRT} = -0.1\times(\mathrm{LRT}の所要時間(分)) -0.005\times(\mathrm{LRT}の費用(円)) -0.5$$

とする離散選択（非集計）ロジットモデルで推計できることがわかっている。
LRT が新設された場合，K 市に住む A 氏，B 氏，C 氏が M 市に行く際の各交通手段の所要時間(分)と費用(円)は次表で与えられる。次の設問(1)～(4)に答えよ。

	乗用車		バス		LRT	
	所要時間(分)	費用(円)	所要時間(分)	費用(円)	所要時間(分)	費用(円)
A 氏	$x_{A\cdot乗用車}=5$	$y_{A\cdot乗用車}=100$	$x_{A\cdotバス}=15$	$y_{A\cdotバス}=200$	$x_{A\cdot LRT}=10$	$y_{A\cdot LRT}=300$
B 氏	$x_{B\cdot乗用車}=10$	$y_{B\cdot乗用車}=200$	$x_{B\cdotバス}=25$	$y_{B\cdotバス}=200$	$x_{B\cdot LRT}=10$	$y_{B\cdot LRT}=300$
C 氏	$x_{C\cdot乗用車}=15$	$y_{C\cdot乗用車}=100$	$x_{C\cdotバス}=15$	$y_{C\cdotバス}=200$	$x_{C\cdot LRT}=20$	$y_{C\cdot LRT}=300$

(1)　LRT が新設された場合，A 氏が K 市から M 市に行く際の LRT の選択確率 $P_{A\cdot LRT}$ を求めよ(小数点第 3 位を四捨五入)。

(2)　LRT が新設された場合，A 氏が LRT，B 氏がバス，C 氏が乗用車を選択したとする。離散選択ロジットモデルの尤度を求めよ(小数点第 5 位を四捨五入)。

(3)　A 氏の LRT の費用 $y_{A\cdot LRT}$ の変化に対する乗用車とバスの選択確率 $P_{A\cdot乗用車}$，$P_{A\cdotバス}$ の変化を表す交差弾力性 $\left(\frac{\partial P_{A\cdot乗用車}}{\partial y_{A\cdot LRT}}\right)/\left(\frac{P_{A\cdot乗用車}}{y_{A\cdot LRT}}\right)$，$\left(\frac{\partial P_{A\cdotバス}}{\partial y_{A\cdot LRT}}\right)/\left(\frac{P_{A\cdotバス}}{y_{A\cdot LRT}}\right)$ を，それぞれ求めよ(小数点第 3 位を四捨五入)。また，この結果から得られる離散選択ロジットモデルの特性を 100 字程度で説明せよ。

(4)　LRT プロジェクトのような大規模交通プロジェクトを実施する際に，事前に検討するべき評価内容を 2 つあげ，それぞれの内容を合わせて 100 字程度で説明せよ。

筆答専門試験科目(午後)　　2021 大修

土木・環境工学系(専門科目)　　時間 14:00〜16:00

数理学

物質の拡散現象に関する以下の問いに答えよ。

1. 1 次元空間にある粒子 i の位置が x_i で表され, これが時間刻み Δt の間に Δx だけ動くとする。粒子は $\frac{1}{2}$ の確率で $-\Delta x$ 若しくは $+\Delta x$ だけ動き, 同じ場所にとどまらないとしたとき, 時刻 t において位置 x_i に粒子 i がある確率 $p(x_i, t)$ を $p(x_i + \Delta x, t - \Delta t)$ と $p(x_i - \Delta x, t - \Delta t)$ を用いて表せ。
2. 粒子 i の時刻 $t = n\Delta t$ における位置を $x_i(n)$ とする(n は 0 以上の整数)。粒子 i の初期位置を $x_i(0) = 0$ としたとき, $x_i(n)$ の期待値は $\langle x_i(n) \rangle = 0$, 粒子位置の分散は $\langle (x_i(n) - \langle x_i(n) \rangle)^2 \rangle = n(\Delta x)^2$ となることを示せ。
3. 各粒子が独立に運動し, 相互作用することはないとすれば, 1 で得られた関係式を用いて, 多数の粒子で構成される物質の拡散現象を表現する拡散方程式を導くことができる。位置 x での粒子の存在確率 $p(x, t)$ に領域内の物質量 m を乗じたもので密度 $C(x, t)$ を表現したとき ($C = mp$), 1 で得られた関係式から以下の拡散方程式が導けることを示せ(D は拡散係数)。

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$$

また, $t = 0$ において物質が $x = 0$ にのみ存在する場合の物質の到達位置の分散が $2Dt$ となることも示せ。

4. 3 で得られた拡散方程式を解くことを考える。
   (1) $-\infty < x < \infty, 0 < t < \infty$ で定義される 3 で得られた拡散方程式を, 初期条件 $C(x, 0) = f(x)$, 無限遠で $C = 0$ の境界条件のもとで解け。
   (2) $-\infty < x < \infty, 0 < t < \infty$ で定義される 3 で得られた拡散方程式を, 初期条件 $C(x, 0) = \delta(x)$, 無限遠で $C = 0$ の境界条件のもとで解け。なお, $\delta(x)$ はディラックのデルタ関数で, この初期条件での一般解は $C(x, t) = \frac{A}{\sqrt{2\pi\sigma(t)^2}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma(t)^2}\right)$ という形式であることが知られている。
   (3) $-\pi < x < \pi, 0 < t < \infty$ で定義される 3 で得られた拡散方程式を, 初期条件 $C(x, 0) = \cos x$, 境界条件 $C(-\pi, t) = C(\pi, t)$ のもとで解け。