

筆答専門試験科目
電気電子系

2023 大修

時間 9 : 3 0 ~ 1 2 : 1 0

数学
電磁気学
選択専門科目(電気回路, 量子力学/物性基礎)

目 次

数学	2
電磁気学	4
選択専門科目	
電気回路	8
量子力学 / 物性基礎	10

注 意 事 項

1. 解答はそれぞれ指定された答案用紙に記入せよ。
 2. すべての答案用紙の受験番号欄に受験番号を記入せよ。
 3. 答案用紙の裏面には記入しないこと。
 4. 答案用紙のホチキスは取り外さないこと。
 5. 選択専門科目(電気回路, 量子力学/物性基礎)はどちらか1科目を選択して解答すること。
 6. 答案用紙の指示に従って解答すること。
-

問 題 分 野
数学

1. 式(1.1)で与えられる微分方程式について、以下の問に答えよ。ただし y は x の関数であり、 A と B は実数の定数である。(150 点)

$$\frac{d^2y}{dx^2} + A \frac{dy}{dx} + By = 0 \quad (1.1)$$

1) 式(1.1)について特性方程式を用いて y の一般解を求めると、定数 C_1, C_2, α, β を用いて、式(1.2)の形で表すことができるとする。このとき、 α と β のそれぞれを A と B を用いて表せ。

$$y = C_1 e^{(\alpha+\beta)x} + C_2 e^{(\alpha-\beta)x} \quad (1.2)$$

2) 式(1.1)の特性方程式が 2 つの異なる実数解を持ち、かつ $x \rightarrow \infty$ において y が収束する A の条件と B の条件をそれぞれ示せ。

3) 式(1.1)の特性方程式が 2 つの異なる虚数解を持つとき、 y の一般解は式(1.2)を変形して、式(1.3)と表すことができる。式(1.3)の空欄 ① ~ ④ にあてはまる数式を、 A, B, C_1, C_2, x および虚数単位 j のうち必要なものを用いて示せ。

$$y = e^{\boxed{\text{①}}} \left\{ \boxed{\text{②}} \cos \left(\boxed{\text{③}} \right) + \boxed{\text{④}} \sin \left(\boxed{\text{③}} \right) \right\} \quad (1.3)$$

4) 式(1.1)の特性方程式が重解を持つときを考える。 $x = 0$ において、 $y = 1, \frac{dy}{dx} = 1$ であった。このときの y の特殊解を求めよ。答は B を用いずに示せ。

5) $A = 2$ の場合、4)で求めた y が極大となる x と、そのときの y の極大値を示せ。

問 題 分 野
数学

2. 式 (2.1) で与えられる関数 $f(x)$ について、以下の問に答えよ。ただし、 $-1 < x < 1$ とする。(150 点)

$$f(x) = \frac{1}{x+1} \quad (2.1)$$

1) 式 (2.2) は、関数 $f(x)$ を $x = 0$ においてテイラー展開して求めた 2 次のテイラー多項式である。式 (2.2) の a_0, a_1, a_2 を求めよ。

$$\sum_{n=0}^2 (a_n x^n) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 \quad (2.2)$$

2) 関数 $f(x)$ を $x = 0$ においてテイラー展開し、式 (2.3) の形式で表したときの a_n を求めよ。

$$\sum_{n=0}^{\infty} (a_n x^n) \quad (2.3)$$

3) 2) で求めた a_n を用いて関数 $h(x, N)$ を式 (2.4) で定義する。式 (2.4) の右辺を計算し、式 (2.5) の ① , ② に入る数式を答えよ。

$$h(x, N) = \sum_{n=0}^N (a_n x^n) \quad (2.4)$$

$$h(x, N) = \frac{1 - \frac{\text{①}}{\text{②}}}{\text{②}} \quad (2.5)$$

4) 式 (2.5) を用いて、式 (2.6) が成立することを示せ。

$$\lim_{N \rightarrow \infty} h(x, N) = f(x) \quad (2.6)$$

1. 真空中に固定された平行平板コンデンサについて、以下の問に答えよ。真空の誘電率を ϵ_0 とし、端部効果は無視できるものとする。(150 点)

- 1) 図 1.1 のように、厚さが無視できる辺の長さが a と b の長方形導体板を間隔 x で平行においたコンデンサがある。

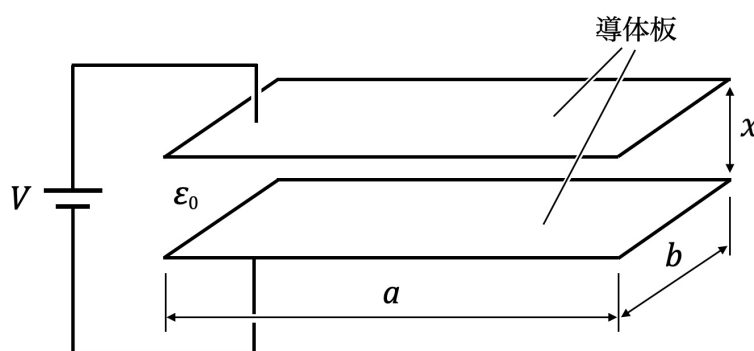


図 1.1

- ① このコンデンサの静電容量 C_1 を a, b, x, ϵ_0 を用いて表せ。
- ② 2 つの導体板間に電位差 V を与えたときの導体板間の電界強度 E_1 、静電エネルギー U_1 および、このとき導体板間に働く静電気力の大きさ F_1 を、それぞれ a, b, x, V, ϵ_0 のうち必要なものを用いて表せ。また、静電気力の向きは導体板が引き合う方向か、反発し合う方向かを答えよ。
- ③ 図 1.2 のように 2 つの導体板に $\pm Q$ の電荷を与えると一様に電荷が分布した。このときの導体板間の電界強度 E_2 と静電エネルギー U_2 および、導体板間に働く静電気力の大きさ F_2 を、それぞれ a, b, x, Q, ϵ_0 のうち必要なものを用いて表せ。また、静電気力の向きは導体板が引き合う方向か、反発し合う方向かを答えよ。

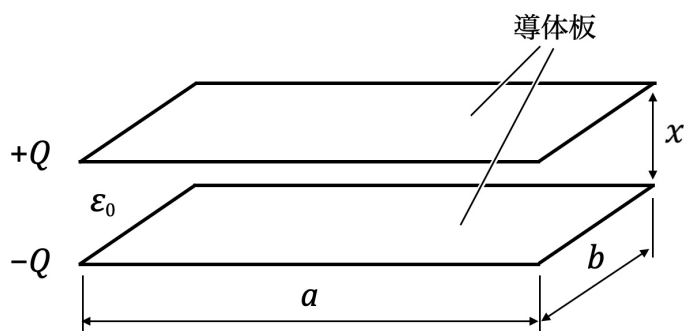


図 1.2

- 2) 厚さが無視できる一辺の長さ a の正方形導体板を間隔 x で平行においたコンデンサがある。図 1.3 のように、この導体板間に一辺の長さ a 、厚さ d 、誘電率 ε ($\varepsilon > \varepsilon_0$) の正方形誘電体板を導体板に重なる位置で、導体板間の中央に平行に l ($0 < l < a$) だけ挿入し、このコンデンサの導体板間に電位差 V を与えた。誘電体は帯電していないものとする。

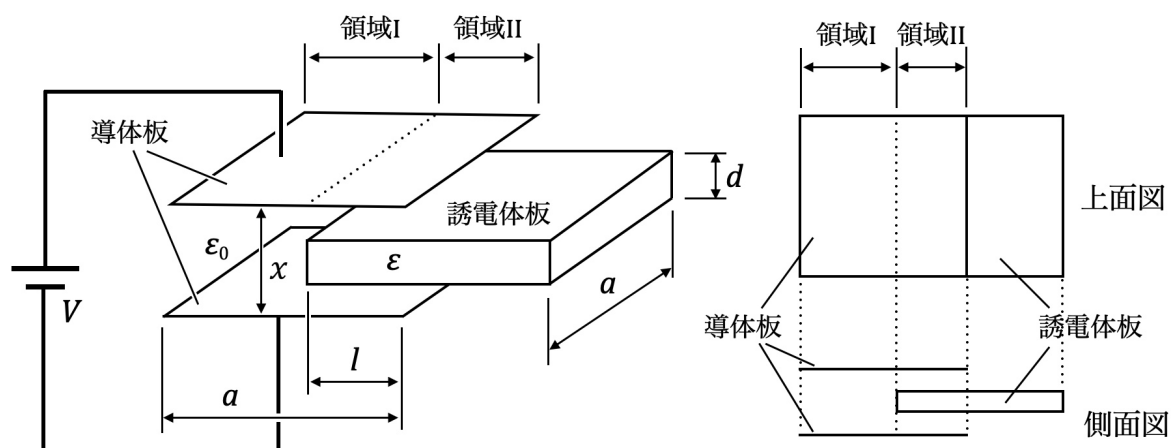


図 1.3

- ① 図 1.3 に示す領域 I と領域 II の部分の静電容量 C_I および C_{II} を、それぞれ $a, d, x, l, \varepsilon_0, \varepsilon$ のうち必要なものを用いて表せ。
- ② 誘電体板に働く静電気力の大きさ F_3 を $a, d, x, l, V, \varepsilon_0, \varepsilon$ のうち必要なものを用いて表せ。また、その静電気力の向きを図 1.3 の右向きか左向きかで答えよ。

2. 正の電荷 q を持つ荷電粒子の真空中での運動について、以下の問に答えよ。荷電粒子の質量を m とする。(150 点)

- 1) 図 2.1 のような一様な磁束密度 B の磁場および電場 E の中での荷電粒子の運動を考える。領域 I ($0 \leq y \leq y_1$) では、磁場は紙面鉛直方向（表面から裏面の方向）を向いており、電場は $-x$ 方向を向いている。一方、領域 II ($y > y_1$) では電場はなく、紙面鉛直方向（表面から裏面の方向）の一様な磁束密度 B の磁場のみがある。

$y = 0$ の位置から荷電粒子を $+y$ 方向に初速度 v_0 で入射させたとき、荷電粒子は領域 I 内を $+y$ 方向に直進した。

- ① 荷電粒子が磁場および電場から受ける力の大きさと方向をそれぞれ求めよ。
- ② 荷電粒子が $+y$ 方向に直進するための初速度 v_0 の条件を求めよ。

次に、荷電粒子が電場のない領域 II に飛び出した後の運動を考える。

- ③ 領域 II 内での荷電粒子の軌跡の概略図を描け。ただし、荷電粒子が領域 I と領域 II の境界に戻ってくるまでの軌跡でよい。
- ④ 領域 II に飛び出した荷電粒子が、領域 I と領域 II の境界に戻ってくるまでに到達する y の最大値を $y = y_{\max}$ としたとき、 $y = 0$ から $y = y_{\max}$ までに外力が荷電粒子にする仕事を求めよ。

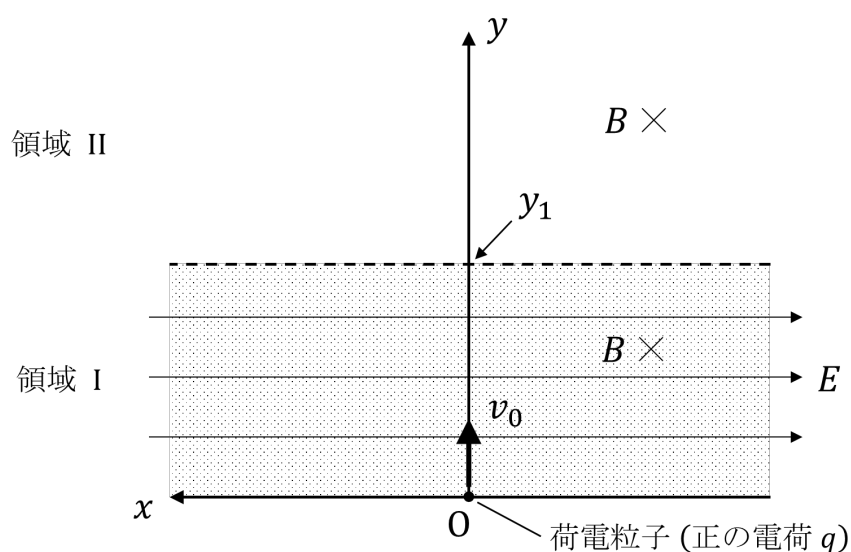


図 2.1

2) 図 2.2 のような一様な磁束密度 B の磁場および電場 E の中での荷電粒子の運動を考える。磁場は紙面鉛直方向（表面から裏面の方向）を向いており、電場は $+y$ 方向を向いている。時刻 $t = 0$ のときに、原点 O に荷電粒子を静かにおいた。そのときの荷電粒子の初速度は 0 である。

- ① 時刻 $t \geq 0$ における荷電粒子の x 方向と y 方向の速度をそれぞれ v_x , v_y とすると、 x 方向と y 方向の運動方程式は式(2.1)と式(2.2)のように表される。空欄 $\boxed{\text{(ア)}}$ および $\boxed{\text{(イ)}}$ に入る数式を求めよ。

$$m \frac{dv_x}{dt} = \boxed{\text{(ア)}} \quad (2.1)$$

$$m \frac{dv_y}{dt} = \boxed{\text{(イ)}} \quad (2.2)$$

- ② 式(2.1)および式(2.2)から v_x を消去することで、 v_y の微分方程式を求めよ。ただし、 $\omega = \frac{qB}{m}$ とし、答には ω を用いること。
- ③ v_x , v_y は、それぞれ式(2.3)と式(2.4)で表される。空欄 $\boxed{\text{(ウ)}}$ ~ $\boxed{\text{(カ)}}$ に入る数式を求めよ。答には ω を用いること。

$$v_x = \boxed{\text{(ウ)}} \left[1 - \cos \left(\boxed{\text{(エ)}} \right) \right] \quad (2.3)$$

$$v_y = \boxed{\text{(オ)}} \sin \left(\boxed{\text{(カ)}} \right) \quad (2.4)$$

- ④ 荷電粒子が到達する y の最大値 $y = y_{\max}$ を求めよ。答には ω を用いること。

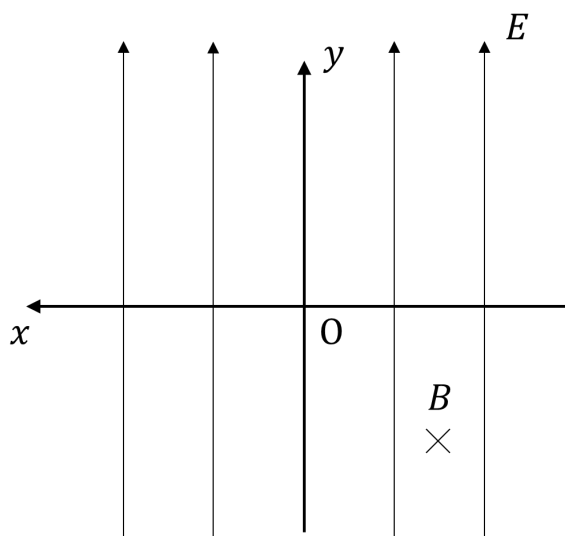


図 2.2

問 題 分 野
電気回路

1. 図 1.1 に示すソース接地回路について以下の問に答えよ。図中の MOSFET は、飽和領域において、ゲート・ソース間電圧 V_{GS} としきい値電圧 V_T の差 $V_{GS} - V_T$ が 1 V のときに、ドレイン電流 I_{D0} が流れるとする。チャネル長変調効果は無視できる。また図中の V_{IN} は大信号入力電圧, V_{OUT} は大信号出力電圧, v_{in} は小信号入力電圧, v_{out} は小信号出力電圧, V_{DD} は電源電圧, R は負荷抵抗である。(100 点)

- 1) MOSFET にドレイン電流が流れるために必要な V_{IN} の条件を示せ。
- 2) 飽和領域で動作している MOSFET のドレイン電流 I_D を I_{D0} を用いて示せ。
- 3) 1)の条件を満たすとき, MOSFET が飽和領域で動作するために必要な V_{DD} の条件を I_{D0} を用いた式で示せ。なお答の式からは, V_{OUT} は消去すること。

この MOSFET の飽和領域における小信号等価回路は図 1.2 に示す形で表される。図中の v_{gs} はゲート・ソース間小信号電圧, g_m は伝達コンダクタンスである。

- 4) 2)で求めた式を用いて, 飽和領域での g_m を I_{D0} を用いて示せ。
- 5) 図 1.1 の回路の小信号等価回路を描け。
- 6) 小信号入力電圧 v_{in} に対する小信号出力電圧 v_{out} を求めよ。

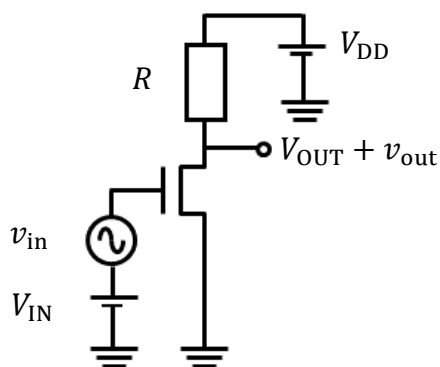


図 1.1

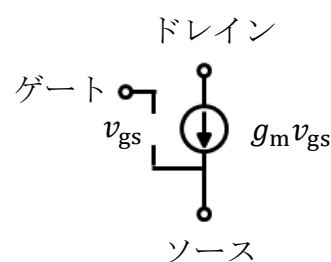


図 1.2

2. 図 2.1 に示された回路の電流を求めることを考える。図 2.1 の回路は、抵抗がそれぞれ R_1, R_2, R_3, R_4, R_5 である 5 つの素子と電圧源 E から構成される。 $R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, E$ はそれぞれ 0 ではない有限の値とする。電流 I_1, I_2, I_3 の正の向きをそれぞれ図 2.1 の矢印の向きとする。また、閉路 A, B, C を図 2.1 に示すように定義する。以下の問に答えよ。(100 点)

- 1) 閉路 A の電圧について、抵抗による電圧降下と電圧源の起電力が釣り合っていることを表す式を求め、答案用紙の を埋めよ。
- 2) 閉路 B の電圧について、抵抗による電圧降下の関係を表す式を求め、答案用紙の を埋めよ。
- 3) 閉路 C の電圧について、抵抗による電圧降下の関係を表す式を求め、答案用紙の を埋めよ。
- 4) 上記の 1)～3) で求めた式は、行列を用いて下記の式で表せる。 R_1, R_2, R_3, R_4, R_5 を用いて、この行列 $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$ を示せ。ただし、行列の 1 行目、2 行目、3 行目をそれぞれ閉路 A, B, C に対応させること。

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

- 5) R_1, R_2, R_3, R_4, R_5 を用いて I_2/I_3 を表せ。なお、導出過程も示すこと。
- 6) R_5 を流れる電流が 0 となった。 R_1, R_2, R_3, R_4 が満たす条件を表せ。
- 7) 6) で求めた条件を満たすとき、 R_1, R_2, R_3, R_4, E のうち必要なものを用いて I_1 および I_2 を表せ。

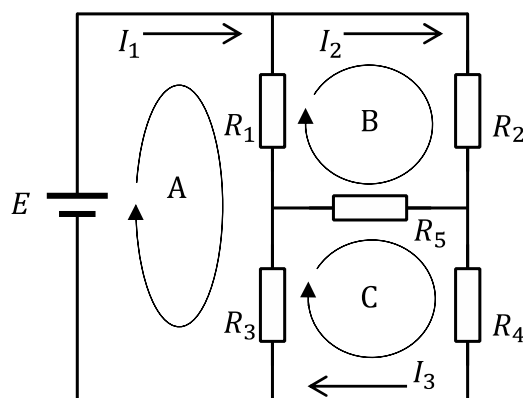


図 2.1

1. 1次元のシュレディンガー方程式を解くことを考える。図 1.1 のように、 x 軸方向の原点($x = 0$)でポテンシャルの高さが変わる階段型ポテンシャル $V(x)$ に、 x が負の領域から正の方向へ電子を入射する。 $V(x)$ は式(1.1)で表され、定常状態における時間を含まないシュレディンガー方程式は波動関数 $\psi(x)$ に対して式(1.2)で与えられる。

$$V(x) = \begin{cases} 0 & (x < 0) \\ -V_0 & (x \geq 0) \end{cases} \quad (1.1)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} \psi(x) + V(x)\psi(x) = E\psi(x) \quad (1.2)$$

ただし、 $V_0 (> 0)$ は定数、 $\hbar$ はプランク定数を 2π で割った定数、 m は電子の質量、 E は電子のエネルギー、 j は虚数単位とする。 $E > 0$ の場合について以下の問に答えよ。(100 点)

1) $x < 0$ におけるシュレディンガー方程式を示せ。

また、その解を $\psi_1(x) = Ae^{jk_1x} + Be^{-jk_1x}$ とするとき、電子の波数 $k_1 (> 0)$ を求めよ。ただし、 A と B は定数である。

2) $x \geq 0$ におけるシュレディンガー方程式を示せ。また、その解を $\psi_2(x) = Ce^{jk_2x}$ とするとき、電子の波数 $k_2 (> 0)$ を求めよ。ただし、 C は定数である。

以下の問では $A = 1$ として答えよ。

3) $x = 0$ で波動関数が満たすべき境界条件を 2 つ示せ。

4) 3)の境界条件から B と C の関係式を 2 つ求めよ。答は B , C , k_1 , k_2 のうち必要なものを用いて表せ。

5) 4)の関係式を解き、 B と C を求めよ。答は k_1 , k_2 のうち必要なものを用いて表せ。

6) $x = 0$ における透過率 T を k_1 , k_2 , C を用いて表し、 T の値が取りうる範囲を求めよ。

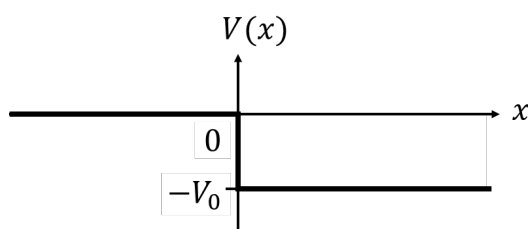


図1.1

2. 図 2.1 に示す長さ W の円筒状の均一な p 型半導体がある。 x 軸をこの半導体の長さ方向にとり、その一方の端面の位置を $x = 0$ とする。この半導体の両端を開放し、 $x = 0$ の端面に光を照射し、電子正孔対を発生させ、十分に時間が経過したとき、半導体内部の電子のキャリア密度 n_p および正孔のキャリア密度 p_p はそれぞれ $n_p = n'_p + n_{p0}$ および $p_p = p'_p + p_{p0}$ で表される分布になった。ただし、 $x = W$ におけるキャリアの再結合速度は十分に早く、 n'_p は $n'_p = N \frac{W-x}{W}$ で与えられる。 n_{p0} および p_{p0} はそれぞれ光を照射しない熱平衡状態にあるときの電子および正孔のキャリア密度である。 N は正の定数である。電子の移動度と拡散定数をそれぞれ μ_n および D_n 、正孔の移動度と拡散定数をそれぞれ μ_p および D_p とする。 p_{p0} は n_{p0} に比べて十分に大きいとする ($p_{p0} \gg n_{p0}$)。また、 $\mu_n \neq \mu_p$ である。 n_p および p_p は x 方向のみに変化し、 x 軸の正の方向を電流の正の方向とする。電子および正孔の電荷をそれぞれ $-q$ および q とする ($q > 0$)。以下の問に答えよ。(100 点)

- 1) 少数キャリアの電気伝導が拡散によつてのみ生じると仮定して、電子電流密度 J_n を求めよ。
- 2) J_n と正孔電流密度 J_p との関係を示せ。また、この関係を用いて J_p を求めよ。
- 3) $p'_p = n'_p$ として正孔の拡散による電流密度 $J_{p,diff}$ を求めよ。
- 4) 半導体内部に生じる電界を E として、正孔のドリフトによる電流密度 $J_{p,drift}$ を示せ。ただし、 p_p は p_{p0} で近似すること。
- 5) 2), 3), 4) の結果を用いて、半導体内部に生じる電界 E を求めよ。
- 6) 電子のドリフトによる電流密度 $J_{n,drift}$ と拡散による電流密度 $J_{n,diff}$ との比 $\frac{J_{n,drift}}{J_{n,diff}}$ を求め、1) の仮定が成り立つ条件を示せ。ただし $J_{n,diff}$ は 1) の結果の J_n を用いて $J_{n,diff} = J_n$ とすること。

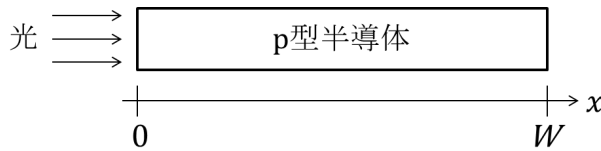


図 2.1