筆答専門試験科目(午前)　　2022 大修
経営工学　　時間 10：00〜11：00

注意事項

1. 筆答専門試験は，数理分野から 1 問，経済学分野から 3 問（A, B, C），管理技術分野から 3 問（A, B, C），経営管理分野から 2 問（A と B）の計 9 問の問題から構成されている．

2. この計 9 問の問題の中から 2 つを選択して解答せよ．**3 つ以上の問題に解答した場合は，すべての解答を無効とする．**

3. 各問題は，1 題もしくは複数題の設問([1]，[2], . . .)で構成されている．解答に当たっては，問題の**設問**ごとに必ず**別々の解答用紙**を用いよ． 1 枚の解答用紙に 2 題以上の設問を解答した場合，採点されないことがある．

4. 各設問の解答において，1 枚の解答用紙では足りなくなった際には，複数枚を使ってよい．**裏面には記述しないこと．**

5. 各解答用紙には，**受験番号**，**問題名**(数理，経済学 A, . . .)，および**設問番号**([1], [2], . . .)を必ず記入せよ．

数理 (100 点)

次の設問 [1], [2] に答えよ.

[1] 次の小問 (1) と (2) に答えよ.

(1) A は 3×3 実対称行列とする．A の固有値は $2, 1, -1$ であり，各固有値に対応する固有ベクトルは以下の $\boldsymbol{u_1}, \boldsymbol{u_2}, \boldsymbol{u_3}$ とする.

$$\boldsymbol{u_1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{u_2} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{u_3} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

このような行列 A を求めよ．計算の過程も書くこと．なお，計算の際に，以下の事実を用いてもよい.

実対称行列の相異なる固有値 λ, μ に対応する固有ベクトルを $\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}$ とすると，$\boldsymbol{x}$ と $\boldsymbol{y}$ は直交する.

(2) m, n は正の整数とする．C は $m \times n$ 実行列であり，$\boldsymbol{d}$ は m 次元実ベクトルとする．また，連立一次方程式 $C\boldsymbol{x} = \boldsymbol{d}$ は解をもつものとする．このとき，$C\boldsymbol{x} = \boldsymbol{d}$ の解が一意に定まることと，C の列ベクトル $\boldsymbol{c_1}, \boldsymbol{c_2}, \ldots, \boldsymbol{c_n}$ が一次独立であることが必要十分であることを証明せよ.

[2] 次の小問 (1)〜(3) に答えよ.

(1) 無限個の要素からなる集合 $S = \{x^{-2} \mid x = 1, 2, \ldots\}$ について考える．この集合の最大元，上界，上限（最小上界），最小元，下界，下限（最大下界）を述べよ．ただし，複数存在する場合はその全てを，存在しない場合は「なし」と答えること．この小問は答えのみ記述すればよい.

(2) 次の常微分方程式を解け.

$$1 + y^2 + 2xy\frac{dy}{dx} = 0.$$

(3) 確率変数 X は次の確率密度関数を持つとする.

$$f(x) = \begin{cases} xe^{-x} & (x \geq 0), \\ 0 & (x < 0). \end{cases}$$

この確率変数 X の平均を $E(X)$，分散を $V(X)$ としたとき，$E(X)^2 + V(X)$ の値を求めよ.

経済学 A（100 点）

次の設問[1]に答えよ。

[1] 以下の各記述は成立するか。成立するならば証明せよ。成立しないならば反例（具体的な数値例）を一つあげて、なぜ成立しないかを説明せよ。

ア）二人二財の交換経済において、もしある配分がパレート効率（最適）であるならば、その配分は競争（市場）均衡配分である。

イ）供給独占企業が利潤を最大化する生産量において、需要の価格弾力性は 1 より大きい。

ウ）二つの財、財Xと財Yの効用最大化問題を考える。いま、効用関数の値が常に非負であるとする。もし二つの財のある組合せ(x, y)において、限界代替率と価格比が等しく、(x, y)が予算線上に位置するならば、限界効用の値に関係なく、(x, y)において効用は最大化される。

経済学 B (100 点)

次の設問 [1] に答えよ．

[1] ソローの経済成長モデルを考える．t 期の資本ストックを K_t，労働人口を L_t とする．ただし，$t = 0, 1, 2, ...,$ とする．t 期の最終財の生産は $Y_t = K_t^a (A_t L_t)^{1-a}$ である．ただし，$a \in (0, 1)$ である．A_t は労働生産性を表し，成長率 $g(\geq 0)$ で成長するものとする．ただし，g は一定で，$g = (A_{t+1} - A_t)/A_t \geq 0$ を満たす．貯蓄率を $s \in (0, 1)$，資本減耗率を $\delta \in (0, 1)$，労働人口の成長率を $n > -1$ とする．また $n + \delta > 0$ である．$A_t L_t$ を t 期の効率労働と呼ぶ．t 期の「効率労働当たりの資本ストック」を $k_t = K_t/(A_t L_t)$ とする．以下の小問 (1) から (9) に答えよ．

(1) 生産関数 $K_t^a (A_t L_t)^{1-a}$ が K_t と L_t について「規模に関して収穫一定 (一次同次)」であることを示せ．

(2) t 期の「効率労働当たりの生産量 $y_t (= Y_t/(A_t L_t))$」 を k_t を用いて表せ．

(3) I_t を t 期の資本投資とする．$t+1$ 期の資本ストック K_{t+1} は，t 期の資本ストックのうち減耗せずに残った資本ストックと，t 期に行った資本投資の合計である．K_t，K_{t+1}，I_t の関係を式で表せ．

(4) t 期の資本投資は t 期の貯蓄に等しい．このとき k_t と k_{t+1} の関係を表す差分方程式を答えよ．

(5) 小問 (4) で導出した差分方程式を用いて位相図を描け．ただし，横軸は k_t，縦軸は k_{t+1} とする．

(6) 小問 (4) で導出した差分方程式を解くことで，定常状態の「効率労働当たりの資本ストック」および「効率労働当たりの消費水準」を表す式を答えよ．ただし，定常状態の「効率労働当たりの資本ストック」は正とする．また経済全体の消費水準を C_t とすると,「効率労働当たりの消費水準」は $c_t = C_t/(A_t L_t)$ である．

(7) 定常状態における「労働者一人当たりの消費水準 C_t/L_t」 および 「労働者一人当たりの生産量 Y_t/L_t」の成長率を答えよ．

次ページにつづく

(8) 以下ではソローモデルを変更し，人口成長率は以下のような k_t の関数とする．

$$n(k_t) = \begin{cases} \bar{n}, & k_t \leq \bar{k} \text{ のとき}, \\ 0.5\bar{n}, & k_t > \bar{k} \text{ のとき}. \end{cases}$$

ただし，$\bar{k}$ と $\bar{n}$ はともに正の定数である．「効率労働当たりの資本ストック」が正となる定常状態が二つ存在する場合の位相図を描け．

(9) 小問 (8) で図示した二つの定常状態での「効率労働当たりの資本ストック」を k^* と k^{**} とする．ただし，$k^* < k^{**}$ である．k_t の初期値 k_0 が $k_0 \in (k^*, k^{**})$ を満たす．このとき k_t は時間の経過とともにどのように変化するか説明せよ．

経済学 C（100 点）

次の設問[1]に答えよ．

[1] 以下の状況を表したゲームについて，小問(1)から(5)に答えよ．

就職活動中の学生と採用を進めている企業を考える. 学生には, 能力の高いタイプ（タイプ H）の学生と能力の低いタイプ（タイプ L）の学生がいる．学生は自らのタイプがタイプ H かタイプ L かを把握しているが，企業は個別の学生のタイプはわからず，タイプ H の学生が全体の 20%，残り 80%がタイプ L の学生であると予想している．このことは共有知識であるとする．

学生はこの企業に応募する前に，ある資格を「取得する(A)」か「取得しない(B)」かを選択する．この資格を取得するにはコストがかかる．コストは，タイプ H の学生にとっては 4 であり，タイプ L の学生にとっては 10 である．

企業は, 応募してきた学生が資格を取得しているか取得していないかの情報をみてから，学生を「採用する(X)」か「採用しない(Y)」かを決定する．

学生は，資格の有無やタイプに関係なく，採用されると 8 の利得を得るが，採用されないと利得は 0 である．資格を取得した場合，ここから上記のコストが差し引かれる．

企業は，学生の資格の有無に関係なく，タイプ H の学生を採用すると 10 の利得を得るが，タイプ L の学生を採用すると利得は–5 となる．また，採用しない場合の利得は 0 である．

(1) 設問の状況を，逐次手番のベイジアン・ゲーム（シグナリング・ゲーム）として表現せよ．ただし，利得の組は学生，企業の順に書くこと．
(2) 小問(1)のシグナリング・ゲームにおける分離均衡とは何か簡潔に説明せよ．また，一括均衡とは何か簡潔に説明せよ．
(3) 企業が「資格を取得している学生がタイプ H である」と考える信念を μ,「資格を取得していない学生がタイプ H である」と考える信念を θ とする．小問(1)のシグナリング・ゲームにおける（弱）完全ベイジアン均衡を，純粋戦略の範囲ですべて求めよ．戦略の表記についての説明も加えること．
(4) 資格を取得したタイプ L の学生を採用した場合の企業の利得を，–5 ではなく 1 であるとしよう（資格を取得することで，要求される仕事の一部をこなせるようになり企業側に利益を生むとする）．このときの（弱）完全ベイジアン均衡を，純粋戦略の範囲ですべて求めよ． 戦略の表記についての説明も加えること．

次ページにつづく

(5) 小問(4)のシグナリング・ゲームを考える．学生は採用された場合，資格を取得していれば $8 + b$，資格を取得していなければ 8 を得るとする．一括均衡が存在するための b の条件を求めよ．

管理技術 A（100 点）

次の設問[1], [2]に答えよ.

[1]　ある工芸品は木製の土台を木材から切り出し(部品ア)，これに２つの紙製の部品(部品イとウ)を接着剤で貼りつけることで完成する．以下に詳細な工程を示す．

部品アの加工工程は，納入された木材から土台の形状を切り出し，寸法を測ることで完了する．部品イの加工工程は，納入された紙の材料から所望の形を切り出し，切り出した紙片を手で折り成形して，形状を確認することで完了する．部品ウは，所望の形状で納入される．部品の接着工程では，部品アに部品イとウを接着する．以下の小問(1)～(3)に答えよ．

(1)　図１は工程図記号（JIS Z 8206 : 1982）により生産過程を表現したものである．以下の問い①と②に答えよ．

①　図１の破線部に当てはまる工程図を描け．部品の運搬方法については，適宜決めてよい．

②　図１にある複合記号は，この工芸品がどのような状態にあることを意味しているか，簡潔に述べよ．

(2)　この工程は，図２に示すように，作業者 i と ii が担当している．作業者 i は部品アの加工を担当し，作業者 ii は部品イの加工と部品の接着を担当している．作業者 i と ii の間には部品アの仮置き場がある．この工芸品は１つずつ生産している．以下の問い①と②に答えよ．

①　接着までの標準時間を求めるために，作業者 i と ii に対して時間観測を行った．表１と２に観測値とレーティング係数を示す．この現場では人間作業に 20%の余裕を与えることになっている．各要素作業の標準時間を求めよ．なお，観測値は代表値とみなしてよい．

②　この工程を流れ系列生産方式とみなし，ライン編成効率と 100 分あたりの生産個数を見積もれ．

次ページにつづく

表１：作業者 i の観測データ

要素作業	観測値(分)	レーティング係数(%)
部品アの切り出し	45.0	100
部品アの寸法検査	10.0	100

表２：作業者 ii の観測データ

要素作業	観測値(分)	レーティング係数(%)
部品イの切り出し	4.0	95
部品イの成形	30.0	100
部品イの形状検査	6.0	95
部品の接着	30.0	95

(3)　作業者 i と ii はいずれの作業にも精通していることと，作業場のレイアウト変更も容易であることから，i と ii がそれぞれ個別に作業スペースを持ち，部品アの加工から接着までのすべての作業を担当する変更を考えている．以下の問い①～③に答えよ．

①　変更前を流れ系列生産方式と呼ぶことに対して，変更後の生産方式は一般に何と呼ばれるか答えよ．

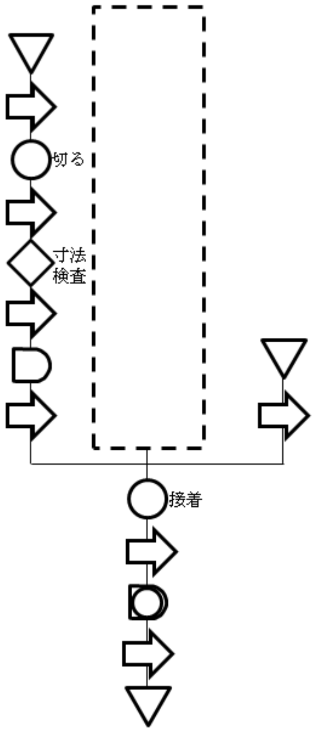

図１：工程図

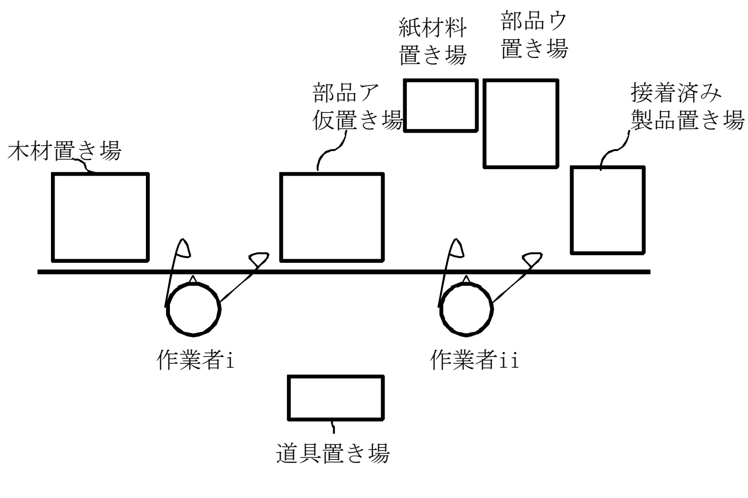

図２：作業場のレイアウト（上から見た図）

次ページにつづく

② 一般に, 流れ系列生産方式と比較したとき, ①で述べた生産方式の利点を複数挙げ, それぞれを簡潔に説明せよ．さらにこの生産方式を実現するために一般にいわれる必要な条件のうち，特に重要だと思われるものを 1 つ挙げ，その理由を簡潔に説明せよ．
③ この作業場の生産能力は，変更前と比べて何倍になると見込めるか答えよ．変更前後で要素作業と標準時間は変わらず，作業者の人数も変わらないとする．

[2] 作業の習熟に関する以下の小問(1)〜(3)に答えよ．

(1) 累積の平均作業時間に当てはめると，経験的に習熟の傾向を説明できるとされる訓練のべき乗則をとりあげる．作業の実施回数をn回, n回目の作業における作業時間をx_n, 習熟係数をβとして，訓練のべき乗則を数式で表せ．ここに示していない記号を新たに導入してもかまわない.

(2) 習熟率の定義を述べよ．さらに，累積の平均作業時間が訓練のべき乗則で説明できるとき，習熟率と習熟係数の関係を式で示せ.

(3) 新たに生産を開始した特殊装置の組み立て工程において，今後の生産に要する時間を見積もりたい．この工程は，組み立て作業と検査により構成されている．同種の作業実績データから，習熟係数は，組み立て作業は 0.322 であり，検査は 0.152 となることが想定されている．この工程のこれまでの累積生産量が 10 台であり，10 台目の時点で作業時間を測定したところ，それぞれ 120 時間/台と 80 時間/台であった．直近で新たに 10 台受注することを計画しているが，この 10 台の生産に要する時間を事前に見積もっておきたい．ここでは，10 台目と 20 台目の生産における作業時間の平均を，次の受注分（10 台）での 1 台当たり作業時間の見積もり値とする．以下に示す条件の下で，見積もり値を求めよ．

累積の平均作業時間は，訓練のべき乗則でうまく説明ができているとする．累積の平均作業時間を, 各生産台数の作業時間に近似できると仮定してよい. また, $2^{0.322}$と$2^{0.152}$は，それぞれ 1.25 と 1.11 としてよい.

管理技術 B (100 点)

次の設問 [1] に答えよ.

[1] 以下の小問 (1) から (4) に答えよ.

(1) ある工程における製造の歩留まり率 y と製造条件のうち温度 x_1 と圧力 x_2 について, それぞれ 50 バッチ (製造の単位) 分の実測値の組 (y_i, x_{1i}, x_{2i}) $(i = 1, 2, \ldots, 50)$ が得られたものとする. y を目的変数, x_1, x_2 の 2 つを説明変数とする重回帰分析を行ったところ, y_i の予測値を表す $\hat{y}_i$ に関して次のような回帰式を得た.

$$\hat{y}_i = 57.94 + 1.48x_{1i} - 0.12x_{2i}$$

この回帰式の解釈として, 以下の (a) と (b) の記述に関する誤りを指摘するとともに, その理由を簡潔に述べよ.

(a) x_1 の偏回帰係数 1.48 は x_2 の偏回帰係数 -0.12 よりも絶対値が大きいことから, x_1 の y への影響は x_2 の y への影響よりも大きい.

(b) x_2 の偏回帰係数 -0.12 は負値であることから, 目的変数 y と x_2 との単相関係数も必ず負となる.

(2) ある製品の品質特性値 w と, それに影響を与えていると思われる 5 つの製造条件 $v_1, v_2, \ldots, v_5$ について, 60 サンプル分の実測値の組が得られたものとする. w を目的変数, $v_1, v_2, \ldots, v_5$ の 5 つを説明変数とする重回帰分析を行ったところ, 以下のような分散分析表を得た. 表中の空欄 (a) から (g) に入る数値を答えよ. また, このときの回帰式の寄与率を求めよ.

要因	平方和	自由度	不偏分散	F 値
回帰による変動	(a)	(b)	16.2	(c)
回帰からの変動	27.0	(d)	(e)	
計	(f)	(g)		

(3) 重回帰分析における重相関係数とは, どのような変数間の相関係数であるか答えよ.

次ページにつづく

(4) 7つの変数 $a_1, \ldots, a_7$ の内部関連性を調べるため, 主因子法による因子分析を行ったところ, 固有値が 1 以上の因子として f_1, f_2 の 2 つが抽出され, 以下のような因子負荷行列を得た. f_1, f_2 それぞれの固有値ならびにこれら 2 因子による累積寄与率を求めよ.

	因子	
	f_1	f_2
a_1	0.9	− 0.2
a_2	0.7	0.6
a_3	0.6	− 0.4
a_4	0.5	0.7
a_5	0.4	0.5
a_6	0.8	0.5
a_7	0.2	− 0.2

管理技術 C (100 点)

次の設問 [1] に答えよ．

[1] 実数パラメータ λ に対して定まる，線形計画問題 P(λ) を

$$
\begin{array}{lllllllll}
\mathrm{P}(\lambda): & \text{最大化} & 2x_1 & +2x_2 & +3x_3 & +\lambda(6 - x_1 - x_2 - x_3) & & \\
& \text{制約条件} & x_1 & & +x_3 & +x_4 & & = 4, \\
& & & x_2 & +x_3 & & +x_5 & = 3, \\
& & \multicolumn{6}{l}{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0,}
\end{array}
$$

と定義する．以下の小問 (1)〜(5) に答えよ．以下の小問は，答えのみを記述すればよい．

(1) 問題 P(λ) の基底解はいくつあるか答えよ．さらに基底解をすべて答えよ．基底解は，ベクトル $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ を記すことで答えること．

(2) 問題 P(λ) の実行可能基底解はいくつあるか答えよ．さらに実行可能基底解をすべて答えよ．実行可能基底解は，ベクトル $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ を記すことで答えること．

(3) 問題 P(λ) の最適値を $z(\lambda)$ と表す．横軸が λ，縦軸が $z(\lambda)$ のグラフを描け．また，グラフに折れ曲がり点がある時は，その座標を答えよ．

(4) 最小値 $\min\{z(\lambda) \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$ を達成する λ（複数ある場合はその内の一つ）を，λ^* と書く．このとき，λ^* と $z(\lambda^*)$ の値を答えよ．さらに，問題 P(λ^*) の最適解を全て答えよ．

(5) 下記の線形計画問題

$$
\begin{array}{llllllll}
\mathrm{Q}: & \text{最大化} & 2x_1 & +2x_2 & +3x_3 & & & \\
& \text{制約条件} & x_1 & & +x_3 & +x_4 & & = 4, \\
& & & x_2 & +x_3 & & +x_5 & = 3, \\
& & x_1 & +x_2 & +x_3 & & & = 6, \\
& & \multicolumn{6}{l}{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0,}
\end{array}
$$

の最適値と最適解 (複数ある場合はその内の一つ) を答えよ．最適解は，ベクトル $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ を記すことで答えること．

経営管理 A（100 点）

次の設問[1]に答えよ．

[1] アンゾフが提唱した成長マトリックスは，対象とする事業ドメインを市場と製品の二軸でとらえ，既存市場か新市場か，既存製品か新製品か，によって四つの象限に分類するものである．この成長マトリックスにおける四つの象限各々でどんな成長戦略が可能であるかを，下記の架空の企業を事例として用いつつ検討する．

大岡山玉葉堂は，タピオカドリンクの製造・販売を手がける企業であり，近隣の大学生を既存顧客として細々と事業を継続してきた．しかし，このたび交代した新社長は，大幅な成長を目指す積極路線を打ち出すことにしている．次の小問(1)から(4)に答えよ．

(1) 既存市場かつ既存製品の象限で，大岡山玉葉堂がとりうる成長戦略を記述せよ．

(2) 既存市場かつ新製品の象限で，大岡山玉葉堂がとりうる成長戦略を記述せよ．

(3) 新市場かつ既存製品の象限で，大岡山玉葉堂がとりうる成長戦略を記述せよ．

(4) 新市場かつ新製品の象限で，大岡山玉葉堂がとりうる成長戦略を記述せよ．

経営管理 B（100 点）

次の設問[1]に答えよ．

[1] 次の小問(1)から(5)に答えよ．

(1) 架空の上場企業である大岡山テックの本年度の決算予測は，下表の通りである．現時点は，本年度の期初とする．表の情報のみを用いて，大岡山テックの本年度の予測フリーキャッシュフロー金額を求めよ．ただし，税率は 30%とし，本年度中に純運転資本金額は変化しないものとする．また，大岡山テックに余剰現金は存在しないものとする．

表：大岡山テックの本年度の決算予測（単位：億円）

	本年度予測
損益計算書情報（抜粋）	
売上高	1,250
営業利益	320
キャッシュフロー計算書情報（抜粋）	
設備投資金額	300
減価償却費	280

(2) 大岡山テックの株式，有利子負債，および金融市場に関する情報が下記の通りとするとき，これらの情報を用いて大岡山テックの加重平均資本コスト（WACC）を求めよ．ただし，大岡山テックは負債比率（＝１－株主資本比率）については，将来にわたり 50%で一定に維持することを計画している．

安全利子率　1%
市場リスクプレミアム　6%
大岡山テック株式の期待収益率と市場ポートフォリオの期待収益率の共分散　0.05
市場ポートフォリオの期待収益率の分散　0.04
大岡山テックの有利子負債の借入レート　3%
税率　30%

次ページにつづく

(3) 上記の小問(1)と(2)の情報と解答を用いて，大岡山テックの企業価値を，DCF 法で求めよ．ただし，大岡山テックのフリーキャッシュフロー金額の成長率は年 0.3%で一定とする．なお，企業価値は株式価値と負債価値の合計で定義される．

(4) 企業の資本構成に関するトレードオフ理論を簡潔に説明せよ．

(5) 企業の資本構成に関するペッキングオーダー理論を簡潔に説明せよ．