選択専門科目　　　　　　　　　　　　　　　３１　大修

時間　１３：３０～１６：３０

機械系

注意事項

１．問題１から問題５より４問を選択して解答しなさい。
２．解答始めの合図があるまで問題冊子を開いてはいけません。
３．解答は、必ず問題ごとに別々の解答用紙に記入しなさい。
　　各問題の解答は裏面も使用できますが、１枚に収めること。
４．各解答用紙には、必ず受験番号及び問題番号を記入しなさい。
　　問題番号は試験科目名欄に書きなさい。
　　氏名を書いてはいけません。

問題１（材料力学）

下記の空欄①～㉕のそれぞれに当てはまる適切な数式または語句などを答えよ。

問１　図１に示すように，左端 A が自由で，右端 B が剛体壁に固定された丸棒 AB を考える。棒の長さはL，直径はd，縦弾性係数はE，横弾性係数はGである。ただし，棒の自重により生じる応力や変形は無視せよ。

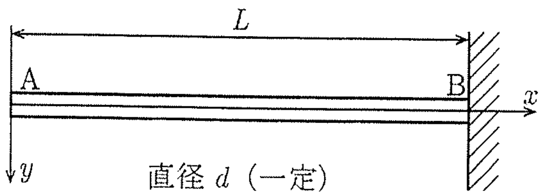

図１　一端が壁に固定された丸棒

(1) この棒の横断面の断面２次モーメントは $\boxed{①}$，断面２次極モーメントは $\boxed{②}$ で表される。

(2) 左端 A に左方向の引張荷重Pが作用するとき，断面積をSで表せば，任意の横断面に生じる垂直応力（引張りを正，圧縮を負とする。）は $\boxed{③}$，棒の長さ方向の垂直ひずみ（引張りを正，圧縮を負とする。）は $\boxed{④}$，左端 A のx方向変位（右向きを正とする。）は $\boxed{⑤}$ で表される。

(3) 左端 A に下方向の集中荷重Wが作用するとき，断面２次モーメントをIで表せば，曲げ応力は$x =$ $\boxed{⑥}$ で最大となり，その大きさは $\boxed{⑦}$ で表される。

(4) 棒の左端 A に軸周りのトルク（ねじりモーメント）Tが作用するとき，断面２次極モーメントをI_pで表せば，最大せん断応力は $\boxed{⑧}$ で表され，左端 A のねじれ角は $\boxed{⑨}$ で表される。

(5) 左端 A に圧縮荷重が作用して棒が座屈するとき，断面２次モーメントをIで表せば，最小の座屈荷重P_cは $\boxed{⑩}$ と表される。また，棒のy方向変位は，xの関数（左端 A でδとする。）として $\boxed{⑪}$ で表される。

問２　図２に示すように，長さL，曲げ剛性EIの両端支持はり AB に対して，$x = d$の位置 C に集中荷重Fが作用する問題を考える。ただし，はりの自重により生じる応力や変形は無視せよ。

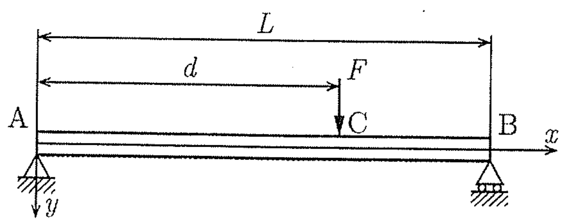

図２　両端支持はり

(1) 左端 A における上向きの反力は，$\boxed{⑫}$ で表される。

(2) はりに生じる曲げモーメントは，区間 AC では $\boxed{⑬}$ で表される。

(3) はりのたわみyは，区間 AC では次式で表される。

$$y = -\frac{F(L-d)}{6EIL}x\left(\boxed{⑭}\right)$$

（次ページに続く）

(4) $d \geq L/2$であるとき，はりのたわみyは

$$x = \boxed{⑮}$$

の位置で最大となり，その位置でのたわみ（最大たわみ）$y_{\max}$は次式で表される。

$$y_{\max} = \frac{F(L-d)}{9\sqrt{3}EIL}\left(\boxed{⑯}\right)$$

(5) dが$L/2 \leq d \leq L$の範囲で変化するとき，(4)で求めた最大たわみ$y_{\max}$は$d = \boxed{⑰}$のときに最大となり，そのときの最大たわみは$\boxed{⑱}$で表される。

問３　A5052 と S45C の引張試験を実施した結果，図３の実線で示される２種類の応力-ひずみ線図を得た。試料 A は$\varepsilon = 0.24$で破断し，試料 B は$\varepsilon = 0.31$で破断した。

(1) 試料 A の材料は，A5052 と S45C のうち$\boxed{⑲}$である。

(2) 試料 A の応力-ひずみ線図において，原点から比例限度までの傾きを$\boxed{⑳}$といい，点 a の応力を$\boxed{㉑}$，点 b の応力を$\boxed{㉒}$，点 c の応力を$\boxed{㉓}$という。点 c から点 d までの間では，試験片に局所的な$\boxed{㉔}$が生じる。

(3) 試料 B を応力-ひずみ線図の点 e まで引張り，その後に除荷した際の応力-ひずみ線図は，図中の破線ア～エのうちの$\boxed{㉕}$のようになる。

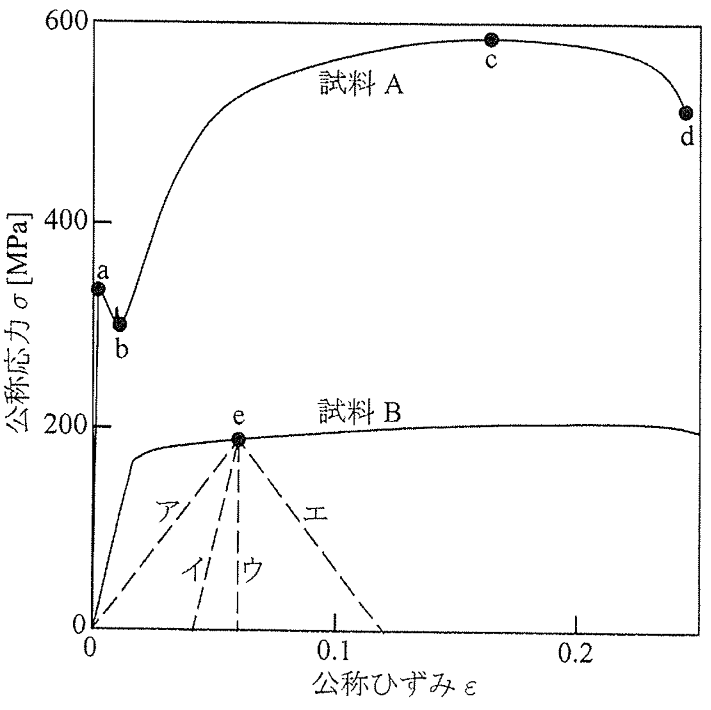

図３　応力-ひずみ線図

（問題１　終わり）

問題２（機械力学）

問１　以下の設問に答えよ。

(1) 図１の質量 m，粘性減衰係数 c のダンパ，剛性係数 k のばねからなる減衰１自由度振動系は不足減衰状態にあり，x は変位を，f は励振力を表している。以下の(a)～(e)のそれぞれの文において，２つの下線部に１つでも誤りがある場合には「誤り」と解答し，誤っている部分を訂正せよ。下線部が両方正しい場合には「正しい」と解答せよ。

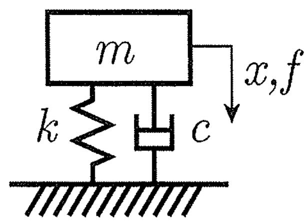

図１

(a) 固有角振動数 ω_n は $\underline{\sqrt{\dfrac{m}{k}}}$ で表され，SI 単位系を用いて $\underline{\text{Hz}}$ の単位で表される。

(b) $\underline{\text{減衰率}}$ ζ は $\dfrac{c}{2\sqrt{mk}}$ で表され $\underline{0<\zeta<1}$ である。

(c) $\underline{\text{減衰固有角振動数}}$ ω_d は $\underline{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}$ で表される。

(d) 初期変位 x_0，初期速度 v_0 に対する変位 x の自由応答は t を時間として $x(t)=e^{-\zeta\omega_n t}\left(A\cos\omega_d t+B\sin\omega_d t\right)$ の形に書け，式の中の係数 A は $\underline{x_0}$ で，B は $\underline{\dfrac{v_0+\omega_n x_0}{\omega_d}}$ である。

(e) i を虚数単位，ω を $\underline{\text{励振力の固有角振動数}}$，$F$ を複素励振力 $f(t)=Fe^{i\omega t}$ の振幅，$X(i\omega)$ を複素応答 $x(t)=X(i\omega)e^{i\omega t}$ の複素振幅とすれば，励振力 f から変位 x までの周波数応答関数は，$\underline{\dfrac{X(i\omega)}{F}=\dfrac{1}{m\omega^2+ic\omega+k}}$ で表される。

(2) 以下の(f)～(j)の各々の記述について，正しい場合には「正しい」と，誤りの場合には「誤り」と解答し，誤っている部分はどこかを示せ。

(f) 振動系の共振現象を回避するための対策として，「励振力の低減」，「励振力の卓越振動数と固有振動数の一致の回避」，「減衰比の低減」が有効である。

(g) ２自由度以上の自由度を持つ振動系を多自由度振動系と呼ぶ。

(h) 動吸振器は機械や構造物などの制振対象物の振動を抑えるために，基礎と制振対象物の間に置いて用いられる。

(i) 軸変形を無視できる回転体（ロータ）を剛性ロータと呼び，静的および動的な釣り合い条件を満たすための修正不釣合いは理論的には３つあれば良い。

(j) 振動系においてリミットサイクル現象や跳躍現象が見られる場合，対象となる系は多自由度線形振動系でモデル化できる。

（次ページに続く）

問2　図2は，水平なレールの上でのピストン・クランク機構による蒸気機関車の駆動・運動に関する模式図である。シリンダ圧力でピストンが往復運動し，点Aに連結されたコネクティングロッドABを介して駆動輪が一定角速度 ω で回転している。コネクティングロッドは一定値 ρ の線密度で長さが L の直棒とし，駆動輪には回転軸中心Oからクランク長が R となるクランク点Bの位置に取り付けられている。点Oを原点とする直交座標系 O-xy を図のように定め，点Aは x 軸上を運動するものとする。図は，クランクOBの角変位が x 軸から時計回りに ωt の瞬間を描いている。ここで，t は時間である。このコネクティングロッドだけに注目すると，その動きで発生する慣性力は点Bから駆動輪を介してレールに垂直に加わる変動荷重となる。いわゆるハンマーブローと呼ばれる現象である。次の設問に答えよ。

(1) 図2におけるクランク点Bの y 座標を求めよ。

(2) クランク点Bの加速度の y 成分を求めよ。

(3) 点Aからの任意の位置 l にあるコネクティングロッドの微小要素 dl を考える。この微小要素に生じる慣性力の y 成分を求めよ。

(4) コネクティングロッド全長に生じる慣性力の y 成分により発生する点Aまわりの力のモーメントを求めよ。

(5) コネクティングロッド全長に生じる慣性力の y 成分がクランク点Bから駆動輪を介してレールに及ぼす y 軸方向荷重を求めよ。

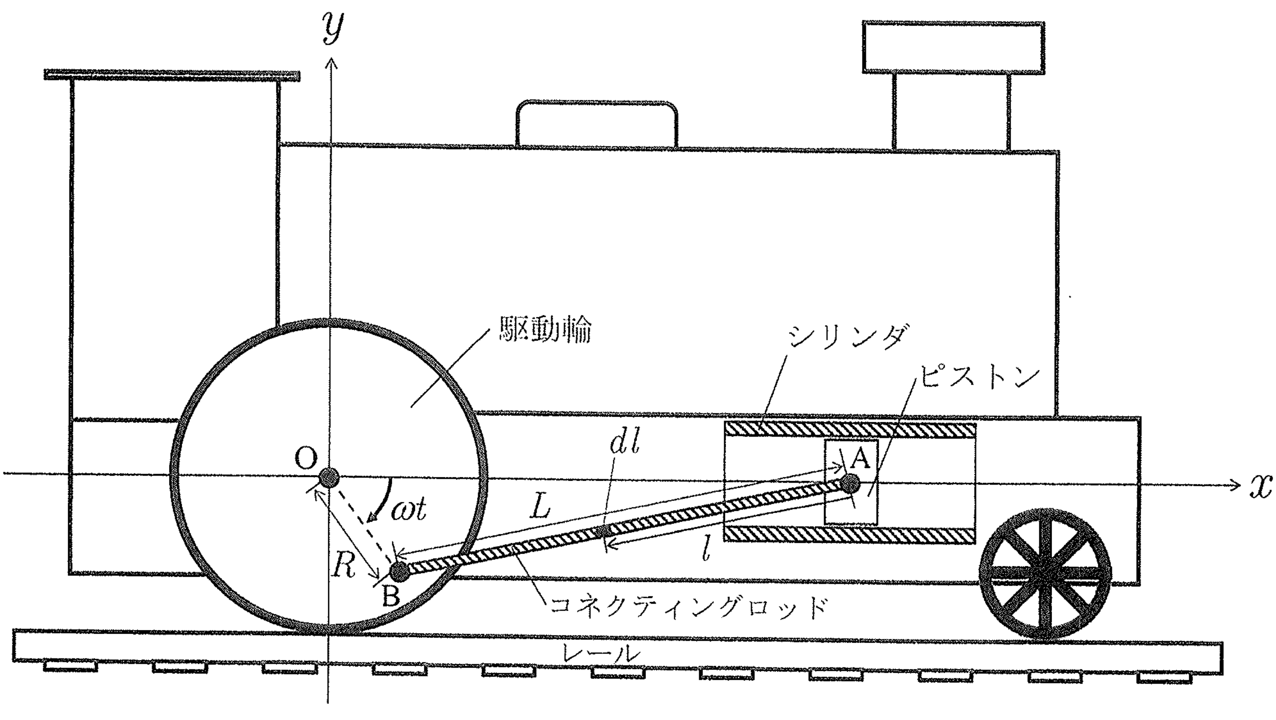

図2

（問題2　終わり）

問題３（熱力学）

問１　質量 1 kg，圧力 0.1 MPa，体積 1 m^3 の理想気体が加熱されたあと，圧力 0.2 MPa，体積 1.5 m^3 になった。以下の設問に答えよ。

(1) 気体定数が 200 J/(kg·K)のとき，温度変化 ΔT を求めよ。

(2) 定積比熱が 500 J/(kg·K)のとき，内部エネルギーの変化ΔU を求めよ。

(3) エンタルピーの変化ΔH を求めよ。

問２　以下の設問に答えよ。

(1) 環境が 20 °C のとき，500 °C の熱源にある熱エネルギー1500 kJ が生み出しうる最大の仕事 W_{max} を求めよ。

(2) 外気温が 37 °C であるとき，室内を 27 °C に保つために冷房を運転し，室内から 4.5 kW の熱を取り除いている。この冷房が，成績係数（COP）が 3.0 のエアコンで行われた場合の消費電力 P_1，および，可逆冷凍機で行われた場合の消費電力 P_2 を求めよ。

(3) 大気圧下で 100 °C の水 500 mL を加熱し，すべてを 100 °C の水蒸気に変化させた。このときのエントロピーの増加量ΔS を見積もれ。なお，水から水蒸気への相変化潜熱は 2256 kJ/kg とし，加熱は内部可逆的に行われるとする。また，環境の空気との混合エントロピーは考えないとする。

(4) 80 °C の鉄ブロックから 60 °C の銅ブロックに毎秒 3000 J の熱が移動している。この熱移動にともなう一秒あたりのエントロピー生成量 Z を求めよ。ただし，それぞれのブロック内の温度は均一かつ一定とし，周囲へ熱は逃げないものとする。

問３　ガスタービン機関をモデル化したブレイトンサイクルについて，以下の設問に答えよ。ただし，圧力，比体積，温度をそれぞれ p，v，T とし，定圧比熱，定積比熱，比熱比を c_p，c_v，κとする。また，図 1 はブレイトンサイクルの p-v 線図を示しており，図中の数字は各行程の始点または終点を意味する。なお，p_2/p_1 を圧力比γ と定義し，作動ガスは単位質量とする。

(1) 図 1 に関して，以下の①～④の各行程における変化の名称を選択肢から選び，アルファベットで答えよ。

①　行程 1→2　　②　行程 2→3

③　行程 3→4　　④　行程 4→1

（選択肢）A. 等圧変化，B. 等積変化，C. 等温変化，

D. 等エントロピー変化，E. 等エンタルピー変化

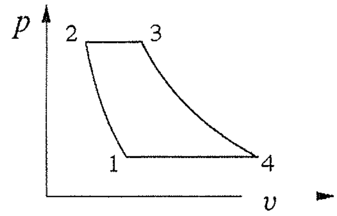

図 1

（次ページに続く）

(2) ブレイトンサイクルの T-s（温度-エントロピー）線図を描け。ただし，(1)との対応が分かるように 1，2，3，4 を線図中に記すこと。

(3) 行程 2→3 においてサイクルが受け取る熱量，および行程 4→1 においてサイクルが排出する熱量を c_p，c_v，T_1，T_2，T_3，T_4 から必要なものを使って示せ。

(4) ブレイトンサイクルにおける理論熱効率ηを T_1，T_2，T_3，T_4 により示せ。

(5) T_2 を T_1，γ，κ により，T_3 を T_4，γ，κ により示せ。

(6) (5)で得られた結果を用いて，ηをγ，κにより示せ。

(7) 実際のジェットエンジンでは，排気（図 1 の行程 3→4 に相当）の途中で，高温の排気ガスに対して燃料を噴射し，燃焼させることで，より高い推力が得られる場合がある。図 2 の中からこの状況を最も適切に表す p-v 線図を選び，記号で答えよ。

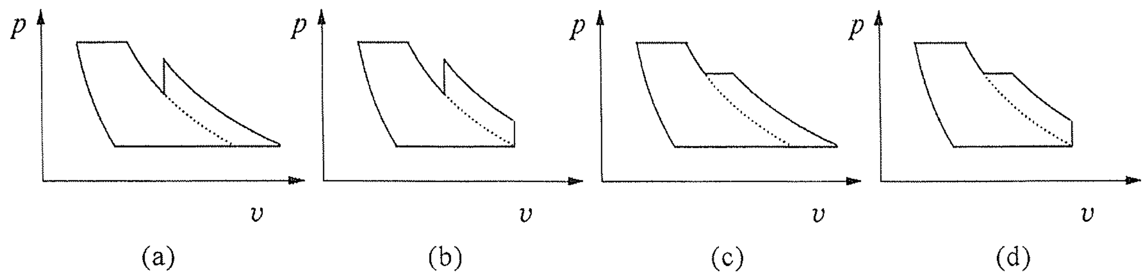

図 2

（問題 3　終わり）

問題４（流体力学）

問１　図１のようなベンチュリ管とその中を流れる密度ρの流体を考える。圧力をp，流速をv，管断面積をA，体積流量をQ，水平面からの傾斜角をθ（$0 < \theta < \pi/2$），図中のＵ字管マノメータ部のそれぞれの高さをz，H，hとし，マノメータ内の液体密度をρ_{m}とする。また管断面１と管断面２を表す添え字をそれぞれ１，２とし，p_1，A_2などの要領で用いることとする。ただし$A_2 < A_1$であり，流れは管断面１から管断面２の向きである。重力加速度$g = 9.8\ \mathrm{m/s^2}$とし，流体は非圧縮とする。なお，ベンチュリ管内にあるマノメータの管はベンチュリ管内の流動とマノメータの計測には影響を与えないものとする。

以下の文章において（　　）については適切な数式あるいは数値を，【　　】については次の選択肢から最も適切な語句を答えよ。

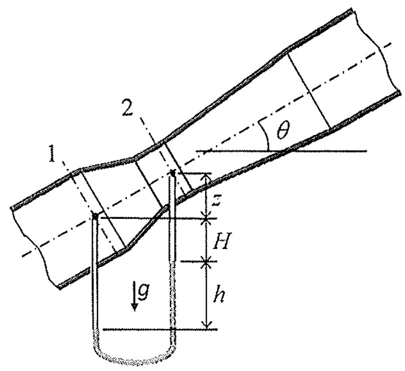

図１

選択肢：わき出し，摩擦，吸い込み，揚力，剥離，迎え角

まず，流体の粘性を無視してベンチュリ管で体積流量を求める関係式を導出する。中心軸を基準にとって管断面１と管断面２の間でベルヌーイの定理を適用すると，

$$p_1/\rho + (\quad ① \quad) = (\quad ② \quad) \tag{1}$$

また，管断面１と管断面２での体積流量の保存から，

$$(\quad ③ \quad) = (\quad ④ \quad) \tag{2}$$

A_2をA_1で除した値をβとすると，式(1)，(2)から，A_2，β，p_1，p_2，ρ，z，gを用いて体積流量Qは

$$Q = (\quad ⑤ \quad) \,/\, \sqrt{1-\beta^2} \tag{3}$$

と表される。ここで，管断面１のマノメータ液面高さを基準にとってＵ字管内での圧力のつりあい

$$p_1/\rho + gH + (\quad ⑥ \quad) = (\quad ⑦ \quad) \tag{4}$$

を利用すれば，

$$Q = (\quad ⑧ \quad) \,/\, \sqrt{1-\beta^2} \tag{5}$$

となり，管設置の傾斜角によらずマノメータの読みで求められることがわかる。

しかし現実には諸損失があり，例えば図１の拡大管部の広がり角を小さくして流路を長くすると【　⑨　】の影響が相対的に大きくなり，一方で設置空間節減のために広がり角を大きくすると【　⑩　】の影響が現れる。したがって，式(5)のQに比して若干の流量減少が生じるため，実用上は式(5)の右辺に乗ずる流量係数と呼ばれる値をあらかじめ求めておく必要がある。いま，管断面１と管断面２の断面積をそれぞれ$60\ \mathrm{mm^2}$，$30\ \mathrm{mm^2}$，$\rho = 10^3\ \mathrm{kg/m^3}$，$\rho_{\mathrm{m}}/\rho = 13.5$，$h = 12/980\ (= 0.01224\ldots)\ \mathrm{m}$としたところ，流量$58.8\ \mathrm{g/s}$が得られた。このとき，流量係数の値は（　⑪　）となる。

（次ページに続く）

問２　以下の文章において（　　）については適切な数式あるいは数値を，【　　】については最も適切な選択肢を答えよ。

図２に示すように半径R_1の円柱を半径R_2の円管の中に$e(\ll R_1)$だけ微小に偏心させて設置した。ただし，$R = R_2 - R_1 \geq e$である。円管の中心を原点とした円筒座標系(r,θ,z)を設定し，z軸は紙面に垂直な方向とする。円柱と円管の間にある微小な隙間$h(\theta)$を非圧縮性流体がz軸方向に定常状態で流れ，r軸方向とθ軸方向の流体の速度はゼロである。流体の圧力をp，速度をu，粘度をμとする。図２の幾何学的関係より，隙間$h(\theta)$をe，R_1，R_2，θを用いて表すと，

$$h(\theta) = (\quad ① \quad) - \sqrt{R_1^2 - (e\sin\theta)^2} \qquad (1)$$

となる。ここで，$e \ll R_1$の関係より，

$\sqrt{R_1^2 - (e\sin\theta)^2} = R_1\sqrt{1-(e\sin\theta/R_1)^2} \fallingdotseq R_1$ と近似する。

式(1)をR，e，θを用いて表すと，次式となる。

$$h(\theta) = (\quad ② \quad) \qquad (2)$$

ここで，$R_1 \fallingdotseq R_2$と考えることにする。このとき，流体のθ軸方向の応力変化量が十分に小さいと考えると，隙間$h(\theta)$は図３に示すように直角座標系(θ,y)で考えてよい。

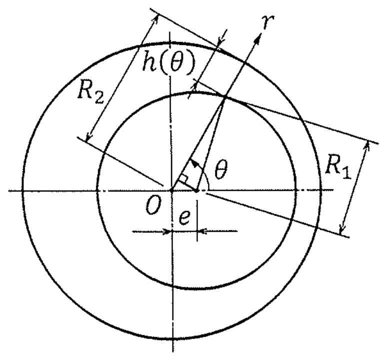

図２

図３は隙間を$\theta = 0$で切断して展開したものであり，y軸の原点は円管表面である。

流れのz軸方向の圧力勾配とy軸方向のせん断応力τの勾配は等しく，$dp/dz = d\tau/dy$である。これに，【　③　A：ニュートン，B：レイノルズ，C：フーリエ　】の粘性法則$\tau = \mu(du/dy)$を代入してyについて２回積分し，流体と円柱表面及び円管表面との間に滑りがないとして，境界条件$y = (\;④\;)$で$u = (\;⑤\;)$，$y = (\;⑥\;)$で$u = (\;⑦\;)$を適用すると，流体の速度uが得られる。速度uを$h(\theta)$，p，y，z，μを用いて表すと，

$$u = \frac{1}{2\mu}\left(-\frac{dp}{dz}\right)(\quad ⑧ \quad) \qquad (3)$$

となり，速度uのy軸方向の分布は【　⑨　A：直線，B：放物線，C：３次曲線　】である。すなわち，隙間$h(\theta)$の流れは近似的に【　⑩　A：ストークス，B：クエット，C：ポアズイユ　】流れと取り扱うことができる。

次に，図３に示す微小領域の流量dQを評価するときは，$(R_2 - y)d\theta \fallingdotseq R_2 d\theta$ と近似する。流量dQはR_2，u，y，θを用いて表すと，

$$dQ = (\quad ⑪ \quad) \qquad (4)$$

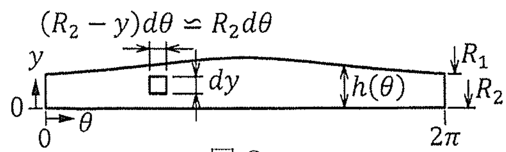

図３

となる。したがって，隙間を流れる流量Qは式(2)〜(4)より，

$$Q = \int_0^{2\pi}\int_0^{h(\theta)} dQ$$
$$= \frac{\pi R_2 R^3}{6\mu}\left(-\frac{dp}{dz}\right)\left\{1 + \frac{3}{2}\left(\frac{e}{R}\right)^2\right\} \qquad (5)$$

と求まる。式(5)より，円柱が最も偏心したときの流量は円柱と円管が同心のときの（　⑫　）倍になる。

（問題４　終わり）

問題５（工業数学）

問１　以下の文章において空欄に入る適切な数式または数値を答えよ。

周期が 2π の周期関数 $f(t)$ は，次のようにフーリエ級数で表すことができる。

$$f(t)=\frac{1}{2}a_0+\sum_{n=1}^{\infty}\left[a_n\cos(nt)+b_n\sin(nt)\right]$$

上式中のフーリエ係数は次式で与えられる。

$$a_0=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\boxed{①}\,dt,\quad a_n=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\boxed{②}\,dt,\quad b_n=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\boxed{③}\,dt$$

$(n=1,2,\cdots)$

例として $f(t)$ が次式

$$f(t)=|t|\qquad(-\pi<t\le\pi)$$

で与えられるとき，フーリエ係数は次式となる。

$$a_0=\boxed{④},\quad a_{2m-1}=\boxed{⑤},\quad a_{2m}=\boxed{⑥},\quad b_{2m-1}=\boxed{⑦},\quad b_{2m}=\boxed{⑧}$$

$(m=1,2,\cdots)$

問２　3 次元空間において $\boldsymbol{V}$ を以下のベクトル場とする。

$$\boldsymbol{V}=\left(x,\,yz,\,x^2+y^2\right)$$

(1)　$\mathrm{rot}\,\boldsymbol{V}$ を求めよ。

(2)　ϕ をスカラー場 $\phi=\left(ax^2+by^2\right)z$ とする。ベクトル場 $\boldsymbol{A}$ が以下のように表されるとき，任意の点において，$\mathrm{div}\,\boldsymbol{A}=0$ となるための a,b に対する条件を求めよ。

$$\boldsymbol{A}=\mathrm{grad}\,\phi+\mathrm{rot}\ \boldsymbol{V}$$

問３　複素数 z の関数 $\dfrac{e^z-1}{\sin^2 z}$ の原点における留数を求めよ。

問４　以下の各問いに答えよ。

(1)　$\dfrac{d^2y}{dx^2}-2\dfrac{dy}{dx}+2y=0$　の一般解を求めよ。

(2)　$\dfrac{d^2y}{dx^2}-2\dfrac{dy}{dx}+2y=x^2-1$　の一般解を求めよ。

（問題５　終わり）