専門試験科目　　2024 大修

機 械 系

時間 ９：３０～１２：３０

注 意 事 項

１．次の４題全部について解答せよ。
２．解答始めの合図があるまで問題冊子を開いてはいけません。
３．解答は，必ず問題ごとに別々の答案用紙に記入せよ。
　　各問題の解答は裏面も使用できますが，１枚に収めること。
４．各答案用紙には，必ず受験番号および問題番号を記入しなさい。
　　問題番号は試験科目名欄に書きなさい。
　　氏名を書いてはいけません。

問題１（材料力学）

問１　以下の文章の①～⑧に最も適した単語または数字を答えよ。

機械構造物には薄板状の材料が多く使われる。この薄板材料に対して板面と平行に外力が作用する場合，板面に垂直方向応力成分は生じない。このような状態を平面応力状態と呼び，この応力状態は２つの［①］成分と１つの［②］成分で表わされる。平面応力状態の薄板材内部に任意の傾斜面を考える。この傾斜面に作用している応力の［①］と，［②］は傾斜面の角度の関数となり，［①］のみが生じて［②］が０となる面が存在する。この面を［③］面と呼び，このときの［①］を［③］と呼ぶ。また，［②］が最大値となる面を［④］面と呼び，［③］面と［④］面のなす角度は［⑤］度となる。

いま，平面応力状態にある材料中の１点を考える。２つの［①］成分と１つの［②］成分がいずれも 100 MPa であるとき，［③］は［⑥］MPa と［⑦］MPa となる。また，モールの応力円の半径は［⑧］MPa である。

問２　図１に示すように，一端Ａで固定支持，他端Ｂで単純支持されるはりが，全長にわたって単位長さ当り q の等分布荷重を受ける場合を考える。はりの長さは L，はりの断面は一辺 a の正方形である。固定端Ａ，単純支持端Ｂでの上向きの反力を R_A，R_B，固定端Ａでの反モーメントを M_A とするとき，以下の⑨～⑭に最も適した式，数字を答えよ。ただし，R_A, R_B および M_A は図１に示す向きを正とし，はりの自重により生じる応力や変形は無視する。

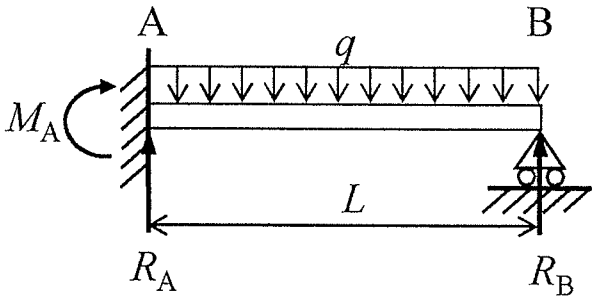

図１

(1)　固定端Ａでの反力 R_A は［⑨］，支持端Ｂでの反力 R_B は［⑩］で表される。

(2)　固定端Ａに生じる反モーメント M_A は，［⑪］で表される。

(3)　固定端Ａではりに生じる引張応力の最大値は［⑫］で表される。

(4)　はりの下向きの最大変位が生じる点は，固定端Ａからの距離が $\frac{L}{16}\left(\boxed{⑬} - \sqrt{\boxed{⑭}}\right)$ の位置である。

（次ページに続く）

問３　図２に示すように，２つの剛体壁の間に３本の棒と１本の丸軸からなる構造がある。剛体壁は互いに平行で，剛体床に対して垂直に設置されている。棒 AB，DE は弾性体であり，互いに平行で剛体壁に垂直かつ床に平行になるように固定されている。また，棒 AB, DE には，それぞれの棒だけが加熱されるヒータが取り付けられている。丸軸 CF は剛体壁間の中央にあり，点 F で床に垂直になるように固定されている。棒 BD は剛体であり，床と壁に平行になるように棒の中央点 C で丸軸 CF に固定されている。また棒 AB，DE は，剛体棒 BD と垂直になるように，点 B，D で大きさが無視できる微小な直径のピンでとめられている。棒 AB，DE の断面積を S，ピンまでの長さを L_A，縦弾性係数を E，線膨張係数を α とする。剛体棒 BD の２つのピン間の長さを L_B とする。丸軸 CF の直径を d，長さを L_C，弾性体として扱う場合の横弾性係数を G とする。変形は全て微小であるとして以下の⑮～⑳に最も適した式，値を答えよ。なお，引張応力の場合は正，圧縮応力の場合は負の符号を付けること。

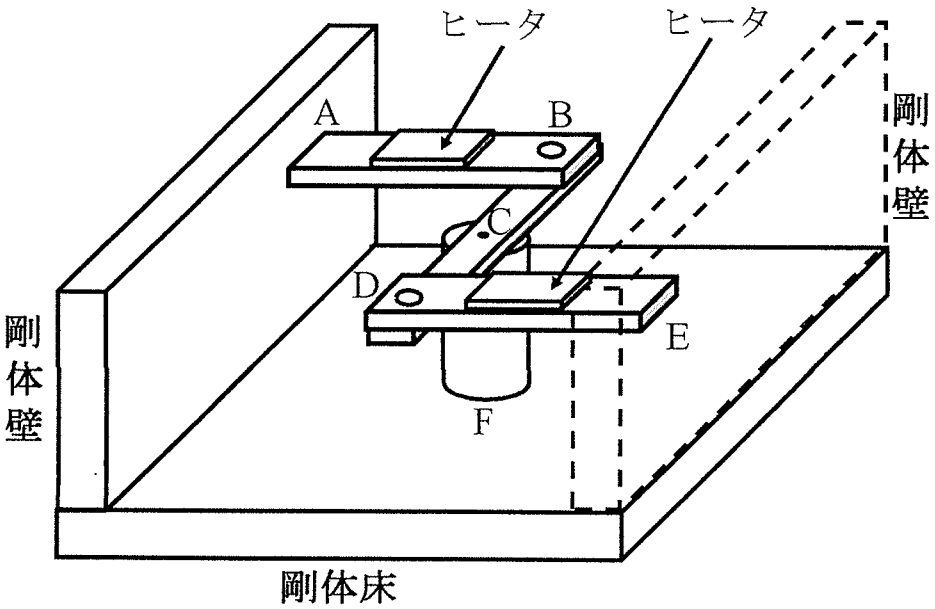

図２

(1)丸軸 CF が剛体で，剛体棒 BD が回転しない場合を考える。棒 AB，DE の温度が Δt ($\Delta t > 0$)だけ上昇した。このときに棒 AB に生じる応力は［⑮］である。

(2)丸軸 CF が弾性体で，点 B，D のピンを抜いて棒 AB，DE と剛体棒 BD が接続されていない場合を考える。剛体棒 BD を回転させて丸軸 CF の C 点にねじりモーメント T を負荷したとする。このとき，丸軸に生じる最大せん断応力は［⑯］，丸軸 CF の上端 C での回転角度は［⑰］となる。

（次ページに続く）

(3) 点 B，D のピンを抜いた状態で棒 AB，DE の温度をΔt (Δt >0)だけ上昇させる場合を考える。温度を上昇させた状態で，点 B と D に棒 AB，DE それぞれへの圧縮荷重 $-P$ ($P>0$)を負荷したとき，棒 AB，DE に生じる変位は [⑱] となる。

(4) 丸軸 CF が弾性体の場合を考える。棒 AB，DE が熱膨張した際に，ピン接合された剛体棒 BD の点 B と D において，棒 AB，DE から反力として受ける力を P とする。剛体棒に荷重 P が作用することにより，丸軸 CF にはねじりモーメントが生じ，丸軸の上端 C はϕだけ回転する。この回転角度ϕを用いて P の絶対値を表すと [⑲] となる。

(5) (4)と同様に丸軸 CF が弾性体の場合を考える。剛体棒 BD の回転角度ϕが微小であることから$\sin\phi \cong \phi$と近似して，幾何学的関係により棒 AB の B 点での変位を求めると，$L_B\phi/2$ と表すことができる。この幾何学的関係から求めた B 点の変位の値と，先に求めた [⑱] が等しくなることを考えると，[⑲] を用いて荷重 P を消去することにより，棒 AB，DE が温度Δt (Δt >0)だけ上昇した際の剛体棒 BD の回転角度が [⑳] と求められる。

（問題 1　終わり）

問題２（機械力学）

問１　図１(a) は基礎の振動をテーブルに伝えにくくする除振台の模式図である。テーブルの質量はmであり，テーブルと基礎の間のサスペンションは粘性減衰係数 $c\ (c \geq 0)$ のダンパ，ばね定数$k\ (k > 0)$ のばねからなっている。また，図中の g は重力加速度ベクトルである。テーブルは鉛直方向にのみ運動するとし，軸受の摩擦は無視する。さらに，x は静的平衡点を原点とするテーブルの変位，y は基礎の変位を表している。この図１(a) の除振台は図１(b) に示す基礎励振を受ける１自由度振動系にモデル化できる。図１(b) の振動系を対象として，以下の(1)～(5)の各文において，空欄にあてはまる最もふさわしい式または語句を答えよ。

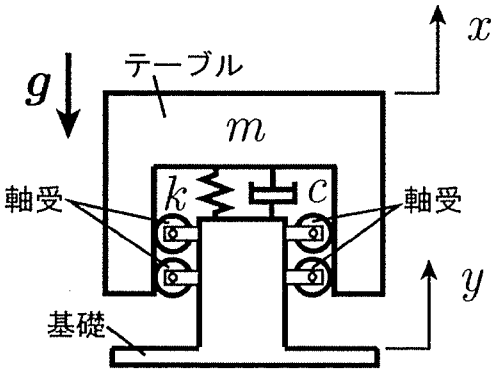

図１(a)

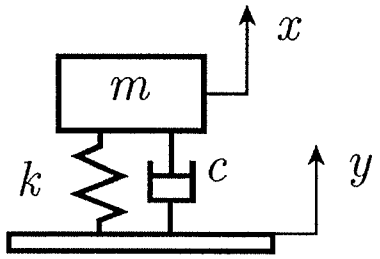

図１(b)

(1)　図１(b)の記号を用いれば，系の運動方程式は $\boxed{①}$ と表される。

以下では，$\omega_n = \sqrt{k/m}$ および $\zeta = c/(2\sqrt{mk})$ を系の不減衰固有角振動数および減衰比とし，t を時間とする。

(2)　基礎の変位が $y = 0$ に固定され，$\zeta = 0$ のとき，変位 x の初期変位 x_0，初期速度 v_0 に対する初期条件応答は $x(t) = A\sin\omega_n t + B\cos\omega_n t$ と書ける。この式の中の係数は $A = \boxed{②}$，$B = \boxed{③}$ である。

(3)　基礎の変位が振幅 Y，励振角振動数 ω，虚数単位 i を用いて $y(t) = Ye^{i\omega t}$ で表される複素調和関数のとき，系の調和基礎励振応答は $x(t) = X(\omega)e^{i\omega t}$ の形に書け，複素振幅 $X(\omega)$ と Y との比 $X(\omega)/Y$ は，図１(b) の記号と ω および i を用いて $\boxed{④}$ と計算される。

(4)　無次元角振動数 $\Omega = \omega/\omega_n$ および ζ を用いると，この系の振動伝達率 $|X(\Omega)|/Y$ は $\boxed{⑤}$，位相角 $\phi(\Omega)$ は $\tan^{-1}\left\{\boxed{⑥}\right\}$ で表される。この位相角 $\phi(\Omega)$ の $\Omega \to \infty$ の極限値は $\boxed{⑦}$ [rad] となる。$\boxed{⑦}$ が 0 または $-\pi$ ではないのは，図１(b) の動力学パラメータのうち，$\boxed{⑧}$ の効果である。

（次ページに続く）

(5) 図１(b) でモデル化される除振台において，質量 m，ばね定数 k が一定のとき，粘性減衰係数 c の値の大小により振動伝達率 $|X(\Omega)|/Y$ のグラフの概形は変化する。以下の図２（ア）～（エ）のうち振動伝達率のグラフの概形として適切なものは ⑨ である。

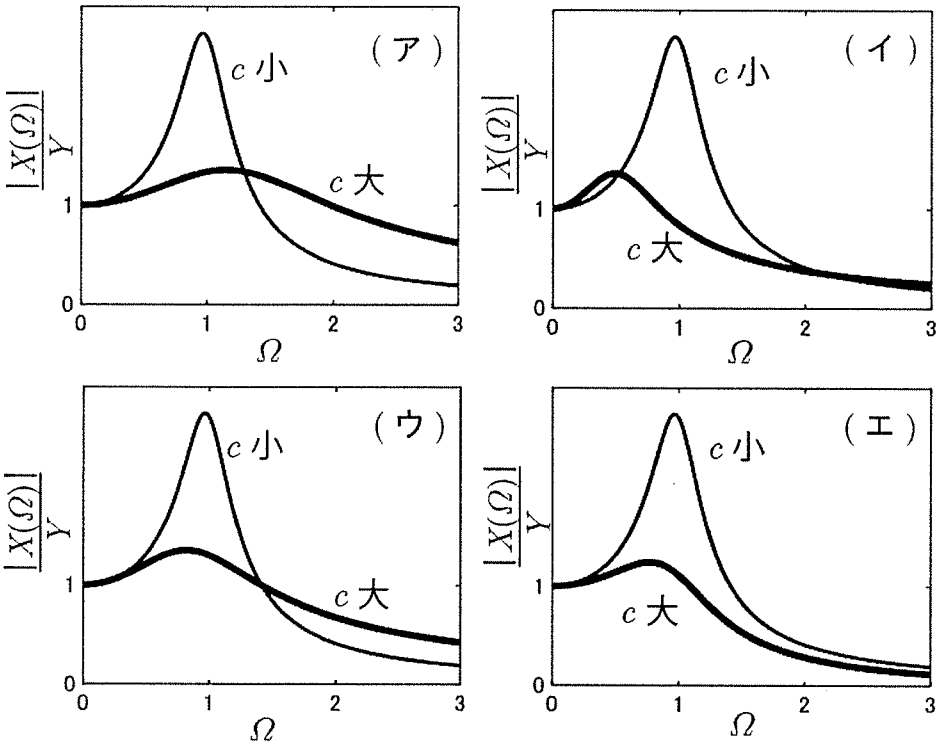

図２

問２　以下の(1)～(4)の各々の記述の【】の中の選択肢のうち，正しいものを選択して記せ。

(1) 鉛直面内で運動する単振り子系において，重力は振り子に付加された【慣性モーメント，ねじりばね，ねじり減衰】として作用する。

(2) 連続体で構成される物体をインパルス加振してその応答を周波数解析した場合，検出できる共振ピークの数は加振場所に【依存する，依存しない】。

(3) 過減衰状態にある１自由度減衰振動系の初期変位応答は，粘性減衰係数を【増加させると，減少させると】早く静的平衡点に近づく。

(4) ハーモニカやクラリネットなどの楽器の音源となるリードの空気流による振動は，流体による平板の【強制振動，自励振動，自由振動】である。

（次ページに続く）

問３　図３に示すような鉛直面内で上下運動と回転運動を行う，質量分布が一様でない棒の振動を考える。棒の質量をm，長さを$3l$，重心Gまわりの慣性モーメントをI，重力加速度をgとする。重心Gから距離l，$2l$の位置 A，B にばね定数kのばねがあり，一端は棒に他端は地面に接続されている。静的平衡点からの重心Gの上下変位をx（上向きを正），回転変位をθ（反時計回りを正）で表す。ただしxとθは微小とする。以下の問いに答えよ。

(1)　静的平衡点からのばねの上下変位を，それぞれx_A，x_Bとおくとき，x_A，x_Bを用いて上下変位xおよび回転変位θについての運動方程式を表せ。

(2)　xおよびθについての運動方程式をx_A，x_Bを用いずに表せ。

(3)　(2)の運動方程式は以下の形式で表すことができる。行列$\boldsymbol{K}$を求めよ。

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} + \boldsymbol{K} \begin{bmatrix} x \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

以下では$I = ml^2$とする。

(4)　この振動系の固有角振動数をω_1，ω_2 $(\omega_1 < \omega_2)$とおくとき，以下の設問に答えよ。

(i)　$\boldsymbol{x} = [x \quad \theta]^{\mathrm{T}}$を変位ベクトル，$\boldsymbol{X}$を振幅を表す定数ベクトル，$i$を虚数単位，$t$を時間とする。このとき，応答$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{X}e^{i\omega t}$を仮定して運動方程式に代入し整理すると，$\boldsymbol{YX}e^{i\omega t} = [0 \quad 0]^{\mathrm{T}}$が得られる。行列$\boldsymbol{Y}$を求めよ。

(ii)　$\boldsymbol{YX} = [0 \quad 0]^{\mathrm{T}}$が$\boldsymbol{X} \neq [0 \quad 0]^{\mathrm{T}}$となる解を持つために$\omega$が満たす方程式を求めよ。

(iii)　(ii)を解くことで${\omega_1}^2$，${\omega_2}^2$を求めよ。

(5)　振幅を$\boldsymbol{X} = [X_{amp} \quad \Theta_{amp}]^{\mathrm{T}}$とおく。振動系が固有角振動数$\omega_1$で振動しているとき，振幅の比$\lambda_1 = X_{amp}/\Theta_{amp}$を求めよ。

(6)　図４は，振動系が固有角振動数ω_2で振動し，重心Gの速さが零および最大となるときの，棒の振動の様子を示している。図４にならって，振動系が固有角振動数ω_1で振動し，重心Gの速さが零および最大となるときの，棒の振動の様子を図示せよ。ただし$\sqrt{13} \cong 3.6$である。また$|\lambda_1|$に対応する物理量を図示せよ。

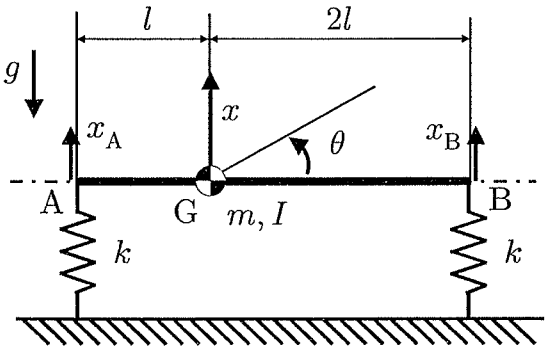

図３

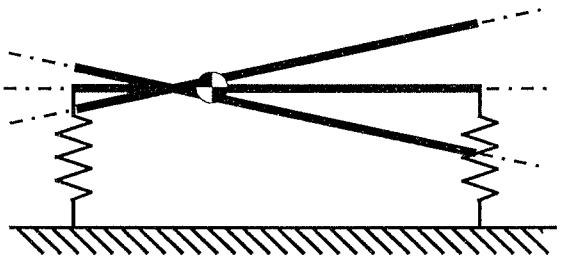

図４

（問題２　終わり）

問題３（熱力学）

問１　以下の記述において①から⑤にあてはまる最も適切なものを選択肢から選び記号で答えよ。

(1) ピストン・シリンダ系に封入された比体積 0.08 m^3/kg，比熱一定の理想気体を，ポリトロープ過程（ポリトロープ指数 1.5）で内部可逆的に圧縮したところ，圧力は 4 MPa，比体積は 0.02 m^3/kg となり，系から外部へ 30 kJ/kg の熱が移動した。この間に系が受けた仕事の絶対値は（　①　）kJ/kg であり，系の比内部エネルギーの変化量の絶対値は（　②　）kJ/kg となる。

ア：0，　イ：10，　ウ：20，　エ：30，　オ：40，　カ：50，
キ：60，　ク：70，　ケ：80，　コ：90，　サ：100

(2) エネルギー等分配則によると，理想気体の内部エネルギーU は，気体分子の内部自由度ν，一般気体定数 R_0，温度 T を用いて（　③　）と表せる。並進と回転の内部自由度のみを考慮すると，比熱比κはνを用いて（　④　）と表され，κの値は単原子分子気体で 5/3，2 原子分子気体では（　⑤　）となる。

ア：$\nu R_0 T$，　イ：$\nu R_0 T/2$，　ウ：$3\nu R_0 T/2$，　エ：$5\nu R_0 T/2$，
オ：$(\nu+1)R_0 T$，　カ：$(\nu+1)R_0 T/2$，　キ：$3(\nu+1)R_0 T/2$，　ク：$5(\nu+1)R_0 T/2$，　ケ：2ν，
コ：$(\nu+2)/2$，　サ：$2/\nu$，　シ：$2/(\nu+2)$，　ス：$\nu/(\nu+2)$，　セ：$(\nu+2)/\nu$，　ソ：3/2，
タ：4/3，　チ：5/4，　ツ：6/5，　テ：7/5，　ト：8/5

問２　ピストン・シリンダ系に封入された理想気体に関する以下の問いに対して，最も適切なものを選択肢から選び記号で答えよ。ただし，理想気体の状態変化は内部可逆的とする。

(1) 理想気体の圧力は 100 kPa に保たれている。この理想気体に 2 kJ の熱を加えると体積が 1.00 m^3 から 1.01 m^3 へ増加した。ただし，R_0 は一般気体定数，n は理想気体のモル数とする。

(i) 内部エネルギーの変化量を求めよ。

ア：2000 J，　イ：1000 J，　ウ：1999 J，　エ：3000 J，　オ：1 J

(ii) 温度変化を求めよ。

ア：$100nR_0$ [K]，　イ：nR_0 [K]，　ウ：$\frac{1000}{nR_0}$ [K]，　エ：$\frac{nR_0}{1000}$ [K]，　オ：$\frac{100}{nR_0}$ [K]

(iii) 定圧モル比熱を求めよ。

ア：R_0 [J/(mol・K)]，　イ：nR_0 [J/(mol・K)]，　ウ：$200R_0$ [J/(mol・K)]，
エ：$2R_0$ [J/(mol・K)]，　オ：$2000R_0$ [J/(mol・K)]

(2) 10 g の理想気体に外部から 1 kJ の熱を加えるとともに，外部から 100 J の仕事を与えた。このとき，比内部エネルギーの変化量を求めよ。

ア：100 kJ/kg，　イ：110 kJ/kg，　ウ：900 kJ/kg，　エ：1000 kJ/kg，　オ：1100 kJ/kg

（次ページに続く）

問３　以下の設問に対して，最も適切なものを選択肢から選び記号で答えよ。

(1) 体積 1 m^3 の密閉容器内に質量 2 kg，圧力 2 MPa，比内部エネルギー200 kJ/kg の理想気体があるとき，比エンタルピーを求めよ。

ア：2000 kJ/kg，　イ：2200 kJ/kg，　ウ：1000 kJ/kg，　エ：1100 kJ/kg，　オ：1200 kJ/kg

(2) 圧力 0.1 MPa の条件で温度 300 K の水 2 kg を内部可逆的に加熱し，373 K の乾き飽和蒸気を作った。水の比熱は 4.2 kJ/(kg·K)，水の蒸発潜熱は 2263 kJ/kg でいずれも一定とする。

(i) 水に与えられた熱量を求めよ。

ア：2570 kJ，　イ：3913 kJ，　ウ：5139 kJ，　エ：7659 kJ

(ii) エントロピーの変化量を求めよ。必要ならば ln(300) = 5.7, ln(373) = 5.9 を用いよ。

ア：1.68 kJ/K，　イ：10.45 kJ/K，　ウ：12.13 kJ/K，　エ：13.81 kJ/K

問４　図 1 は高温のガスタービンサイクルと蒸気タービンサイクルの組み合わせである，ブレイトン・ランキン複合発電サイクルの基本構成を示している。①から⑥で示された要素の名称で最も適したものを選択肢から選び記号で答えよ。ただし，図中の G，P はそれぞれ発電機，給水ポンプを表す。

ア：燃焼器，　イ：節炭器，　ウ：蒸気タービン，　エ：ガスタービン，
オ：圧縮機，　カ：復水器，　キ：排熱回収ボイラ，　ク：気水分離器，
ケ：脱気器，　コ：冷凍機

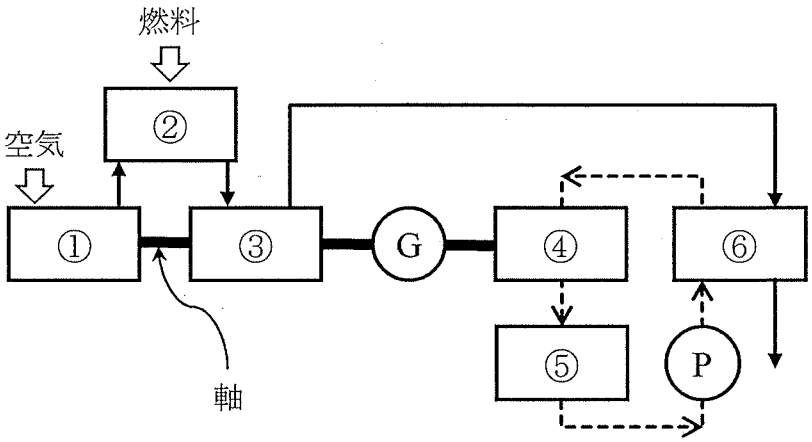

図 1

（次ページに続く）

問５　水を作動流体とする図 2 のような理想的なランキンサイクルを考える。T は温度，s は比エントロピーを表し，1 は給水ポンプ入口（状態 1），2 はボイラ入口（状態 2），3 は蒸気タービン入り口（状態 3），4 は蒸気タービン出口（状態 4）を示している。この時，以下の問いに有効数字 3 桁で答えよ。ただし，状態 4 における圧力は 0.01 MPa，状態 3 における過熱蒸気の比エントロピーと比エンタルピーはそれぞれ 6.57 kJ/(kg･K)，3150 kJ/kg，状態 4 における飽和液と飽和蒸気の比エントロピーはそれぞれ 0.649 kJ/(kg･K)，8.15 kJ/(kg･K)，状態 4 における飽和液と飽和蒸気の比エンタルピーはそれぞれ 192 kJ/kg，2580 kJ/kg とする。

(1) 状態 4 における湿り蒸気の比エントロピーを求めよ。

(2) 状態 4 における湿り蒸気の乾き度を求めよ。

(3) 状態 4 における湿り蒸気の比エンタルピーを求めよ。

(4) ボイラ（状態 2 から状態 3）における作動流体 1 kg あたりの受熱量を求めよ。ただし，ポンプ動力は無視できるものとする。

(5) 蒸気タービン（状態 3 から状態 4）で得られる作動流体 1 kg あたりの仕事を求めよ。

(6) このサイクルの熱効率を求めよ。

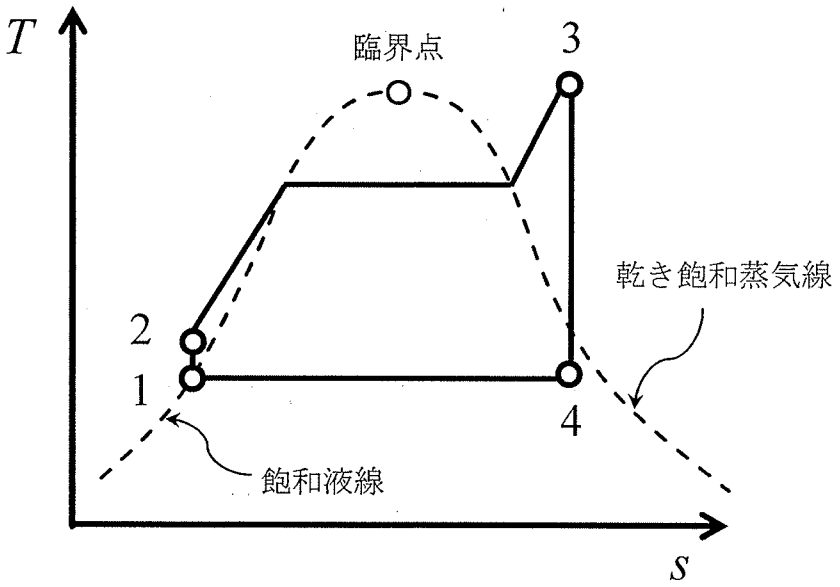

図 2

（問題３　終わり）

問題 4 （流体力学）

問 1 津波の到達時間に関して記述した以下の文章の（　　）には該当する数式を，{　　}には適切な数値を答えよ。

津波発生時における津波の到達時間（避難時間）を予測するために，津波の速さを求めることを考える。図 1 に示すように，津波は速さu [m/s]で右側に進行し，平常時の水深はD [m]とする。津波の伝播は一方向のみであり，図の奥行き方向に現象は変化しないものとする。

津波を図 2 に示す簡略化したモデルに置き換え，津波の界面と平常時の界面の境界を 1 つの線として取り扱う。この境界線と海底の交点を原点とし，津波の進行方向（X 軸）および海面方向（Y 軸）を正とする移動座標系を考える。津波の境界線上では，海水は平常時側から津波側に向かって流れ込み，流れ込んだ海水の体積が津波の高さ（dD）に変換される。すなわち，平常時側と津波側で，それぞれ負の方向に速さuと$u-du$の定常的な流れが生じている。流れは非粘性，非圧縮性とみなせ，ρは密度，gは重力加速度とする。また，水深に対する津波の高さは微小と考え，dD^2や$du \cdot dD$などの高次項は無視できるものとする。

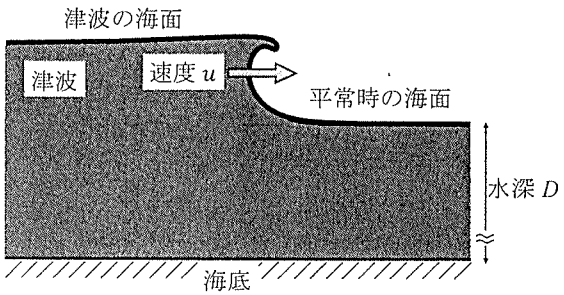

図 1 津波の模式図

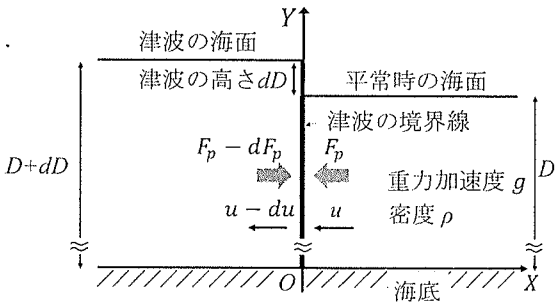

図 2 津波のモデル

図 2 において，境界線の前後で質量流量は保存されるので，微小時間間隔Δtにおける左側の質量流量$\rho(u-du)(D+dD)\Delta t$と右側の質量流量（　①　）が等しくなる。このことから，津波の高さは高次項を無視して，

$$dD = (\quad ② \quad) \tag{1}$$

と求まる。

次に，境界線前後での運動量保存を考える。津波側と平常時側の水深に応じた静水圧が境界線上に作用している。このため，境界線に作用する水平方向の力は，海底から海面までの積分値として与えられる。ただし、津波の上部dDに作用する力は無視する。図 2 に示すように，津波側の水平方向の力を$F_p - dF_p$，平常時側の水平方向の力を

（次ページに続く）

F_pとすると，dF_pは高次項を無視して，

$$dF_p = (\quad ③ \quad) \tag{2}$$

となる。この圧力差による外力と，境界面に流入する運動量の和は等しくなることから，

$$(\quad ④ \quad) - (\rho u D)u = -dF_p \tag{3}$$

が成り立ち，境界線前後での運動量差は，

$$\rho u D du = (\quad ⑤ \quad) \tag{4}$$

となる。この関係から，津波の速さは水深によって定まり，

$$u = (\quad ⑥ \quad) \tag{5}$$

と与えられる。この結果を用いて具体的に津波の速さを見積もる。例えば，重力加速度 g を $10\mathrm{m/s^2}$ として津波の速さを見積もると，水深が 4000m の場合{ ⑦ }km/h，水深 40m の場合{ ⑧ }km/h となる。これ以降，重力加速度 g は $10\mathrm{m/s^2}$ とせよ。

次に，水深 2000m 震央から発生した津波が，震央から 100km 離れた水深 30m の地点に到達する時間を予測する。水深 D は震央からの距離 x に対して線形に低下すると仮定し，次のように与えられるものとする。

$$D(x) = 2000 - \frac{1970}{10^5}x \tag{6}$$

位置xにおける津波の速度$u(x)$は，式(5)より与えられるので，津波が震央から 100 km の地点に到達する時間（避難時間）t は，

$$t = \int_0^{10^5} \frac{dx}{u(x)} \tag{7}$$

より，{ ⑨ }時間となる。

（次ページに続く）

問２　物体にはたらく流体力に関して記述した以下の文章の［　　］には該当する数式を，【　　】には適切な選択肢を答えよ。

図３のように，x 方向に一定の速さ U で移動する壁面と，それと並行に固定された板との間のすき間流れを考える。板の長さを L，すき間の高さを h（$h<<L$）とし，板と壁のすき間の流れは定常かつ非圧縮で，流体の密度は ρ，粘性係数は μ とする。すき間の流れは x 方向と y 方向のみに変化し，紙面奥行き方向は一様で，単位長さとする。すき間の外の流れは無視でき，圧力 P_0 で一定とする。

この流れの代表速度として壁の移動速度 U，代表長さとしてすき間高さ h を用いると，レイノルズ数は［　①　］と表される。ここで，$U = 0.1$ m/s，$h=1.0\times10^{-5}$ m，$\rho=1.2$ kg/m^3，$\mu=1.8\times10^{-5}$ Pa·s の場合，レイノルズ数は非常に【　②　〔ア：高い，イ：低い〕】。このような場合，ナビエ・ストークス方程式中の非線形項は無視できる。この近似は【　③　〔ア：テイラー，イ：ガウス，ウ：ストークス〕】近似と呼ばれ，定常流ならば

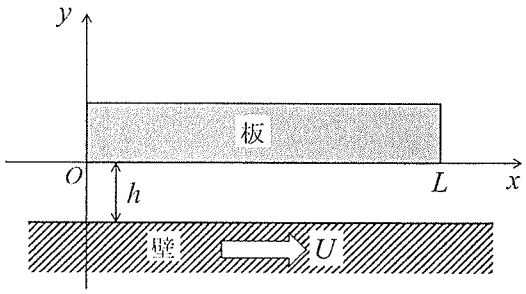

図３

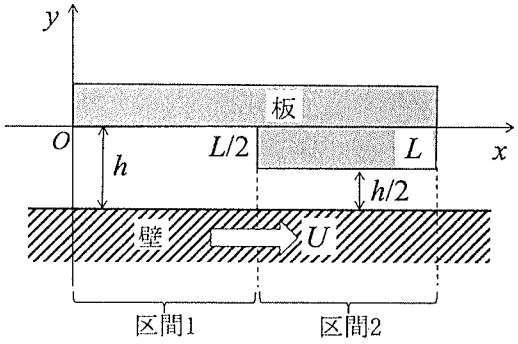

図４

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) \qquad (1)$$

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right) \qquad (2)$$

となる。ここで，$h<<L$ なので，速度の y 方向成分 v は０とみなせ，速度の x 方向成分 u のみを考えれば良い。さらに，$\partial u/\partial x \ll \partial u/\partial y$ と仮定できるので，ナビエ・ストークス方程式は

$$0 = -\frac{dp}{dx} + \mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \qquad (3)$$

となる。すき間流路の入口と出口は同一圧力であり，流路内で圧力は x 方向に変化しないことから，$dp/dx = 0$ である。板の上下で圧力差が生じないため，板は流体から y 方向に力を受けない。すき間流路内の流れは単純な【　④　〔ア：クエット，イ：ストークス，ウ：ポワズイユ〕】流れとなり，速度分布は

$$u = \boxed{\quad ⑤ \quad}\, y \qquad (4)$$

と求まる。

次に，図４のように板の底面に段差がある場合を考える。図中の区間１内の速度を

（次ページに続く）

u_1とし，区間２内の速度をu_2とする。すき間の高さが変わることによる圧力損失は無視でき，$x = L/2$において速度は不連続に変化できるものとする。$x = L/2$における圧力をP_sとすると，$P_s > P_0$である。u_1は，$y=-h$における$u_1 = U$と$y=0$における$u_1=0$の境界条件から

$$u_1 = \boxed{\quad ⑥ \quad}\frac{dp}{dx}y(y+h) - \boxed{\quad ⑦ \quad}y \tag{5}$$

と求められる。区間１のdp/dxは一定であり

$$\frac{dp}{dx} = \frac{2(P_s - P_0)}{L} \tag{6}$$

と与えられる。このことから区間１の体積流量S_1は，dp/dxを用いずに

$$S_1 = \boxed{\quad ⑧ \quad}h^3 + \boxed{\quad ⑨ \quad}h \tag{7}$$

と表現される。同様に，区間２の速度u_2と体積流量S_2はP_sを用いて

$$u_2 = \left(-\frac{(P_s - P_0)}{\mu L}(y+h) - \frac{2U}{h}\right)\left(y + \frac{h}{2}\right) \tag{8}$$

$$S_2 = \boxed{\quad ⑩ \quad}h^3 + \boxed{\quad ⑪ \quad}h \tag{9}$$

となる。すき間の高さが変わっても体積流量は保存されるので，$S_1 = S_2$である。これより，すき間の外側の圧力と$x = L/2$における圧力の差は

$$P_s - P_0 = \boxed{\quad ⑫ \quad} \tag{10}$$

となる。板の上面と下面の圧力差から，流体から板が受けるy方向の力Fは，P_sを用いずに

$$F = \boxed{\quad ⑬ \quad} \tag{11}$$

と求めることができる。この結果から，すき間高さhを小さくし，アスペクト比L/hを２倍にすると，Fは【　⑭　〔ア：1/2 倍，イ：1/4 倍，ウ：2 倍，エ：4 倍〕】になることがわかる。

（問題４　終わり）