# 専門科目　電気電子系（午前）　30 大修

時間 9:30 ～ 11:00

## 数学

注 意 事 項

1. 大問 1, 2, 3 の解答はそれぞれ別の答案用紙に記入せよ。
2. すべての答案用紙に受験番号を記入せよ。
3. 電子式卓上計算機などの使用は認めない。

---

| 問題分野 |
| --- |
| 数学 |



1. 微分方程式に関する以下の問に，導出過程も含めて答えよ。

1) 式(1.1)で与えられる微分方程式がある。ただし，$y$は$x$の関数とする。

$$\frac{d^2y}{dx^2}+4\frac{dy}{dx}+4y=0 \qquad (1.1)$$

このとき，以下の問に答えよ。ただし，$x=0$において$y=0$および$dy/dx=5$とする。

a) 式(1.1)の微分方程式を解き，$y$を求めよ。

b) 前問 a)において，$y$の最大値$y_{\max}$を求めよ。

2) 式(1.2)で与えられる微分方程式がある。ただし，$y$は$x$の関数とし，$y\neq 0$および$y\neq -2$とする。また，$x=0$において$y=2$とする。

$$\frac{dy}{dx}=y(y+2) \qquad (1.2)$$

このとき，$y$を求めよ。

3) 式(1.3)で与えられる微分方程式がある。ただし，$y$は$x$の関数とし，$x\neq 0$および$y\neq 0$とする。また，$x=1$において$y=2$とする。

$$xy\frac{dy}{dx}=2y^2+x^2 \qquad (1.3)$$

このとき，以下の問に答えよ。

a) $u=y/x$とし式(1.3)を変形したところ$du/dx=B/A$の関係式が得られた。ただし，$A$は$u$のみの関数とし，$B$は$x$のみの関数とする。このとき$A$と$B$をそれぞれ求めよ。

b) 式(1.3)を解いたところ，最終的に$y^2=C$の関係式が得られた。ただし，$C$は$x$のみの関数とする。このとき$C$を求めよ。

| 問題分野 |
| --- |
| 数学 |



2. 以下の問に解答せよ。ただし，解答は導出過程も含めて記述すること。

1) 式(2.1)で表される関数$f_1(t)$のラプラス変換$F_1(s)$を求めよ。

$$f_1(t) = \begin{cases} 0 & (t < 0) \\ -t+1 & (0 \leq t \leq 1) \\ 0 & (1 < t) \end{cases} \tag{2.1}$$

2) 式(2.2)で表される周期 4 の周期関数$f_2(t)$がある（ただし，$c$は零でない実定数）。また，式(2.2)では$-2 < t \leq 2$の範囲のみが示されている。

$$f_2(t) = \begin{cases} ct + c & (-1 < t \leq 0) \\ -ct + c & (0 < t \leq 1) \\ 0 & (-2 < t \leq -1,\quad 1 < t \leq 2) \end{cases} \tag{2.2}$$

$f_2(t)$をフーリエ級数展開したところ，式(2.3)で表される関数$f_3(t)$が得られた。

$$f_3(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty}\left\{a_k \sin\left(\frac{k\pi}{2}t\right) + b_k \cos\left(\frac{k\pi}{2}t\right)\right\} \tag{2.3}$$

このとき，以下の問に答えよ。

a) 式(2.3)において，$a_0$を求めよ。

b) 式(2.3)において，$a_k$を求めよ。

c) 式(2.3)において，$b_1$を求めよ。

| 問題分野 |
| --- |
| 数学 |

3. 以下の 1)，2)に解答せよ。

ただし，複素数 $z = x + j\,y$ とし，$x, y$ は実数，$j$は虚数単位とする。

解答は導出過程を含めて示せ。

1) 下記の(i)(ii)の複素関数 $f(z)$ および $g(z)$ がそれぞれ $z$ によらず正則となるような実数の定数 $a, b, c, d$ を求め，$f(z)$ および $g(z)$ を示せ。

(i) $f(z) = x^2 + \sqrt{2}\,a\,y^2 + j\,(\sqrt{3} + b)\,x\,y$

(ii) $g(z) = \exp\{\,c\,x\,y - j\,(\sqrt{5}\,x^2 + d\,y^2)\,\}$

2) 複素関数

$$h(z) = 2 + \frac{2z}{z-2}$$

について以下に答えよ。

a) 特異点を求めよ。

b) 留数を求めよ。

c) 積分路$C_1$を複素平面上の中心 0，半径 1 の円を反時計回りに一周するようにとったとき，下記の複素積分を計算せよ。

$$\int_{C_1} h(z)\;dz$$

d) 積分路$C_2$を複素平面上の中心 2，半径 1 の円を反時計回りに一周するようにとったとき，下記の複素積分を計算せよ。

$$\int_{C_2} h(z)\;dz$$

# 専門科目　電気電子系 (午後 1)　30 大修

時間 13:30 〜 15:00

## 電磁気学

注 意 事 項

1. 大問 1, 2, 3 の解答はそれぞれ別の答案用紙に記入せよ。
2. すべての答案用紙に受験番号を記入せよ。
3. 電子式卓上計算機などの使用は認めない。

---

# 1.

真空中の静磁場に関する以下の問に答えなさい。真空中の透磁率を $\mu_0$ とする。

$z$ 軸上を負から正の方向に単位長さ当たり $n$ 個の粒子が速度 $v$ で等速運動している。速度 $v$ は光速に比べて十分小さい。粒子は正の電荷 $q$ をもち，$n$ が十分大きい場合を考える。

1) 位置 $\mathrm{A}(x, y, 0)$ における磁束密度ベクトル $\boldsymbol{B}_{\mathrm{A}}$ の大きさ $B_{\mathrm{A}}$ を求めなさい。
2) 磁束密度ベクトル $\boldsymbol{B}_{\mathrm{A}}$ の単位ベクトル $\hat{\boldsymbol{B}}_{\mathrm{A}}$ を求めなさい。
3) 原点から $a$ 離れた位置に $z$ 軸に平行に，太さの無視できる無限の長さの導線が置かれており，$z$ 座標の負から正の方向に電流 $i$ が流れている。この導線の単位長さあたりに働く力 $\boldsymbol{F}$ の大きさと向きを答えなさい。

次に，半径 $a$ の軌道上を正の電荷 $q$ を持つ粒子が等速円運動をしている場合を考える。粒子は光速に比べて十分小さい速度 $u$ で運動している。また，粒子の数は単位長さあたり $n$ であり，$n$ が十分大きい場合を考える。

4) 軌道上を流れる電流の大きさ $I$ を答えなさい。
5) 円軌道の中心 O における磁束密度の大きさ $B_0$ を答えなさい。
6) 円軌道の中心 O を通り円軌道を含む平面に垂直な軸を円軌道の中心軸とよぶ。円軌道の中心軸上の点 P における磁束密度の大きさ $B_{\mathrm{P}}$ を答えなさい。ただし、$\mathrm{OP}=r$ とする。

| 問題分野 |
| --- |
| **電磁気学** |



2. 図 2.1 のように，誘電率$\varepsilon_0$の真空中に面積$S$の同じ形状の平板電極 A, B, C を$x$軸上に沿って平行に置く。電極 A と C はそれぞれ$x = 0$，$x = d$で固定されており，電極 B は外力によって$x$軸に沿って移動させることができるものとする。

電極 B の位置を$x = x_{\mathrm{B}}$として，以下の問に答えよ。ただし，平板電極の厚さと端部効果は無視するものとする。

すべての電極で初電荷 0 の状態から電極 A と C を導線で接続し，スイッチを閉じて導線と電極 B の間に電位差$V$を印加した。

1) 電極 A と電極 C それぞれに蓄えられる電荷量$Q_{\mathrm{A}}$，$Q_{\mathrm{C}}$を求めよ。
2) この系が蓄えている静電エネルギーを求めよ。
3) 電極 B にはたらく静電力の大きさと向きを求めよ。
4) $x_{\mathrm{B}} = d/2$の状態でスイッチを開き，電極 B に電荷が蓄えられたままとする。この状態から電極 B を移動させ$x_{\mathrm{B}} > d/2$としたとき，この系が蓄えている静電エネルギーを求めよ。
5) このとき，電極 A と電極 C それぞれに蓄えられる電荷量$Q'_{\mathrm{A}}$，$Q'_{\mathrm{C}}$ を求めよ。
6) 電極 B を一定の速度 $v$ で$x$軸の正方向に移動させると，AC を結ぶ導線に電流が流れた。この電流 $I$ の大きさと向きを求めよ。

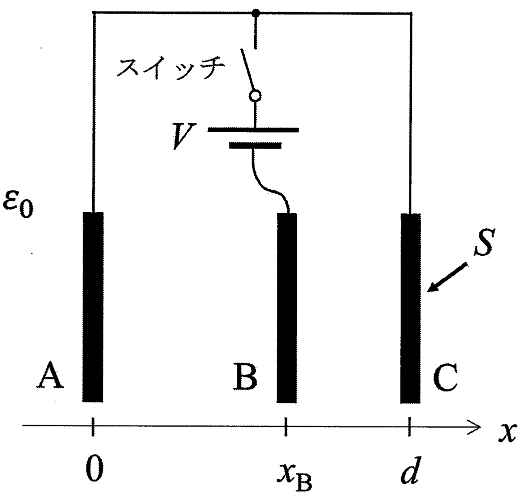


図 2.1

| 問 題 分 野 |
| --- |
| 電磁気学 |



# 3.

電磁波に関する以下の問に答えよ。

(A) 以下の 4 つの式は，電磁界の基本方程式を微分形で書き表したものである。それぞれの説明文について，（ア）～（キ）の中に当てはまる言葉を書け。ただし，$\boldsymbol{E}$は電界，$\boldsymbol{H}$は磁界，$\boldsymbol{D}$は電束密度，$\boldsymbol{B}$は磁束密度，$\rho$は電荷密度，$\boldsymbol{i}$は真電流密度を表すものとする。

1) $\nabla\cdot\boldsymbol{D}=\rho$：　（ ア ）を中心として電界が発散することを意味する。これを電界に関する（ イ ）の法則と呼ぶ。

2) $\nabla\times\ \boldsymbol{E}=-\frac{\partial}{\partial t}\boldsymbol{B}$：　磁界が時間的に変化すると，その回りに（ ウ ）が発生することを意味する。これを（ エ ）の法則と呼ぶ。

3) $\nabla\cdot\boldsymbol{B}=0$：　磁束密度は発散しないので，（ オ ）は存在しないことを意味する。

4) $\nabla\times\ \boldsymbol{H}=\boldsymbol{i}+\frac{\partial}{\partial t}\boldsymbol{D}$：真電流および時間的に変化する電界と等価な（ カ ）電流の回りには磁界が発生することを意味する。これを拡張された（ キ ）の法則と呼ぶ。

(B) 真空中において，電界が $x$ 成分だけ，磁界が $y$ 成分だけを有し，$z$ 方向に伝搬する角周波数$\omega$の平面波を考える。真空の透磁率と誘電率はそれぞれ$\mu_0$，$\varepsilon_0$とする。

5) 平面波における電界$\boldsymbol{E}$, 磁界$\boldsymbol{H}$, 波数$\boldsymbol{k}$の 3 つのベクトルの関係について, 図 3.1 の(ク)～（コ）に当てはまるものをそれぞれ答えよ。ただし, ◉ は紙面に対して上向きを表すものとする。

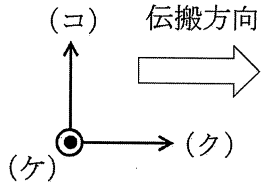


図 3.1

6) 上記 2)，4)の方程式から $E_x$，$H_y$ 以外の成分を消去することで，$E_x$ と $H_y$ の連立偏微分方程式を求めよ。真空中のため，$\boldsymbol{i}=0$と置いてよい。

7) この連立偏微分方程式から $H_y$ を消去し，$E_x$ に関する波動方程式を導出せよ。

8) 7)の波動方程式の解として，$E_x(z,t)=E_0\sin(kz-\omega t)$を考える。ここで，$E_0$は平面波の電界振幅であり，$k$ は $z$ 方向の波数である。この解を波動方程式に代入することから $k$ を$\omega$，$\mu_0$，$\varepsilon_0$で表せ。

9) sin 関数の引数は平面波の位相を表す。微小時間$\Delta t$ と微小位置$\Delta z$ が変化した後の波面（等位相面）の動きを考えることで，この平面波の速度を求めよ。

10) $H_y$ を求めよ。

# 選択専門科目　電気電子系 (午後 2)　30 大修

時間　15:30 〜 16:30

## 電気回路

注 意 事 項

1. 大問 1, 2 の解答はそれぞれ別の答案用紙に記入せよ。

2. すべての答案用紙に受験番号を記入せよ。

3. 電子式卓上計算機などの使用は認めない。

---

| 問題分野 |
| --- |
| **電気回路** |

1．図 1.1～図 1.3 の回路について以下の問に答えよ。オペアンプの電圧利得は十分に高いこととする。さらに，オペアンプの入力インピーダンスは十分に高く，出力インピーダンスは十分に低いこととする。また，以下では電圧振幅のみを考える。$v_A$，$v_B$，$v_C$は電圧振幅，$j$ は虚数単位である。

1) 図 1.1 の非反転増幅回路の電圧利得 $G = v_B / v_A$ を抵抗値 $R_1$，$R_2$ を使って示せ。

2) 図 1.2 のフィルタ回路について，以下の問に答えよ。ただし，抵抗値とキャパシタンスをそれぞれ $R$，$C$ とする。

① 伝達関数 $H(\omega) = v_C / v_B$ を計算し，以下の四角枠部 (ア) と (イ) を埋めよ。ただし，角周波数を $\omega$ とする。

$$H(\omega) = \frac{1}{\boxed{(ア)} + j\left(\omega RC + \boxed{(イ)}\right)}$$

② $H(\omega)$ の位相が 0 となる角周波数 $\omega_0$ を求めよ。

③ $\omega = \omega_0$ のときの $H(\omega_0)$ の利得 $|H(\omega_0)|$ を示せ。

3) 図 1.3 の回路の X から Y への伝達関数を $W(\omega)$ とする。$\omega = \omega_0$ のときの $W(\omega_0)$ を示せ。

4) 図 1.3 の回路でオペアンプ入力端子 X とフィルタ出力端子 Y を接続したときに，発振するための $R_1$ と $R_2$ の条件を示せ。

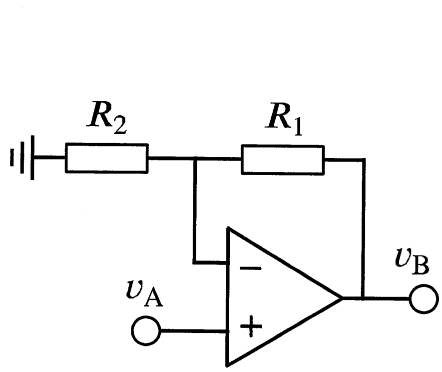

図 1.1

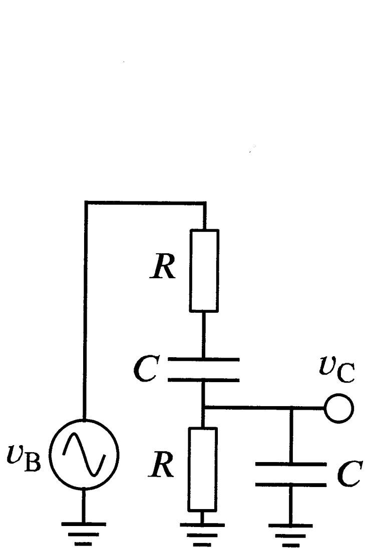

図 1.2

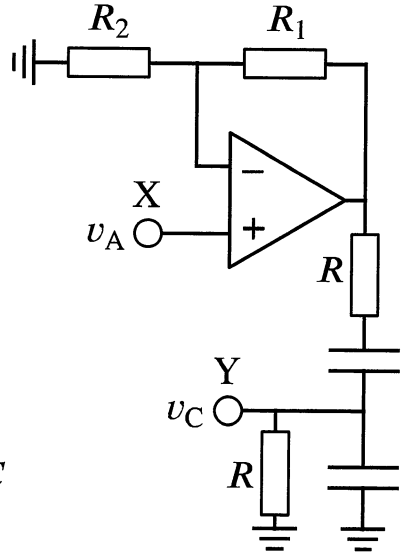

図 1.3

| 問 題 分 野 |
| --- |
| 電気回路 |



2. 図 2.1 に交流電圧源とインダクタ，コンデンサ，抵抗器で構成した回路を示す。ただし，インダクタンスを $L$，キャパシタンスを $C$，抵抗をそれぞれ $R_S$ および $R_L$ とする。また，交流電圧源の電圧フェーザを $\dot{E}$ とし，その角周波数 $\omega$ は任意に調整できるものとする。以下の問に答えよ。

1) 端子 1-2 から見たインピーダンス $\dot{Z}_{1-2}$ を求めよ。
2) インピーダンス $\dot{Z}_{1-2}$ の抵抗分とリアクタンス分を求めよ。
3) 交流電源の角周波数 $\omega$ を調整して交流電源の力率を 1 にしたい。力率が 1 となる角周波数 $\omega$ を求めよ。
4) 交流電源の力率を 1 にできる抵抗 $R_L$ の条件を示せ。
5) 交流電源の角周波数を $\omega = \omega_0$ 一定とし，抵抗 $R_L$ を調整して $R_L$ で消費される電力を最大にしたい。電力が最大となる抵抗 $R_L$ を求めよ。

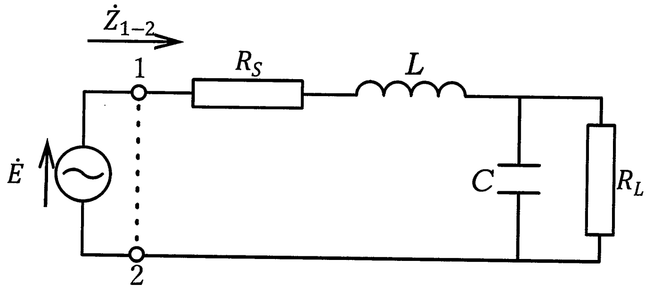


図 2.1

# 選択専門科目　電気電子系 (午後 2)　30 大修

時間　15:30 ～ 16:30

## 量子力学/物性基礎

注 意 事 項

1. 大問 1, 2 の解答はそれぞれ別の答案用紙に記入せよ。
2. すべての答案用紙に受験番号を記入せよ。
3. 電子式卓上計算機などの使用は認めない。

| 問 題 分 野 |
| --- |
| 量子力学/<br>物性基礎 |



（次ページに続く）

# 1.

以下の空欄①から⑬に適する式，数値などを記せ。ただし，⑪は解答用紙にグラフを図示して解答せよ。

位置の座標$x$に対して，右図のように階段型に変化するポテンシャルを$V_0>0$ として，次の式で表す。

$$V(x)=\begin{cases} 0 & (x<0) \\ V_0 & (x\geq 0) \end{cases}$$

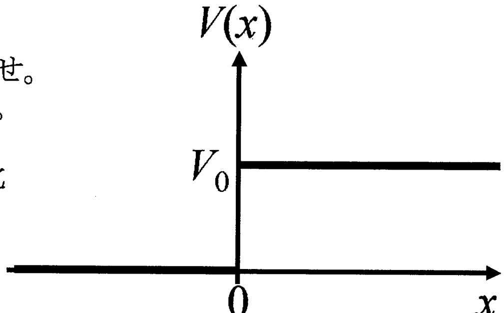

図 1.1

1) 電子のエネルギーを$E$, 質量を$m$, プランク定数を２πで割ったものを$\hbar$とすると，定常状態における時間を含まない1次元のシュレディンガー方程式は，波動関数$\Psi(x)$に対して以下のように表される。

$$\boxed{\quad ① \quad}\Psi(x)+V(x)\Psi(x)=E\Psi(x)$$

2) $0<V_0<E$ のとき，この階段型ポテンシャルに，$x$ が負の領域から正の方向へ電子を入射する場合を考える。この場合，$\Psi(x)$の一般解は，定数 $A, B, C$ を用いて以下のように表される。

$$\begin{cases} \Psi(x)=Ae^{jk_1x}+B\boxed{\quad ② \quad} & (x<0) \\ \Psi(x)=Ce^{jk_2x} & (x\geq 0) \end{cases}$$

この時，$k_1$および$k_2$は電子の波数と呼ばれ，$k_1$および$k_2$を $m$, $E$, $V_0$ 等を用いて式で表すと，$k_1=\boxed{\quad ③ \quad}$ ，$k_2=\boxed{\quad ④ \quad}$ となる。ただし，$j^2=-1$ である。

$x$=0 の境界では，境界条件として，波動関数$\Psi(x)$と $\boxed{\quad ⑤ \quad}$ が連続であるため，以下の式が成立する。

$$A+B=\boxed{\quad ⑥ \quad}$$
$$\boxed{\quad ⑦ \quad}=jk_2C$$

以上を用いて，反射率$|B/A|^2$を，$k_1$，$k_2$を用いて式で表すと，$\boxed{\quad ⑧ \quad}$ となる。
またこのとき，反射率が 1/4 となる電子のエネルギーは $E=\boxed{\quad ⑨ \quad}$ $V_0$ である。

3) $0<E<V_0$ のとき，(2)と同様に電子を入射する場合を考える。

a) $V_0\to\infty$ の時，$x<0$ の領域で，確率密度$|\Psi(x)|^2$が極大値をとる座標のうち，最も原点に近い座標$x_{\max}$を，$m$，$E$ などを用いて表すと，$\boxed{\quad ⑩ \quad}$ となる。また，この際の$|\Psi(x)|^2$の概形を解答用紙にグラフで図示せよ。→$\boxed{\quad ⑪ \quad}$ ただし，縦軸のスケールは任意とし，規格化は考えなくてよい。

b) $V_0$ が有限のとき，$x>0$の領域において，確率密度$|\Psi(x)|^2$は $x\to\infty$ へ向けて減衰していく。確率密度が境界面($x$=0)での値から 1/e に減衰するまでの距離を $m, V_0, E$ などを用いた式で表すと，$\boxed{\quad ⑫ \quad}$ となる。これは，$V_0=0.1$ eVのポテンシャル障壁にエネルギー$E$=0.098 eV の電子が入射した場合には，境界面から$\boxed{\quad ⑬ \quad}$nm 入った位置に相当する。
（ただし，$\hbar=1\times10^{-34}$ J・s, $m$=9×$10^{-31}$ kg, 電気素量を1.6×$10^{-19}$ C とせよ。）

| 問題分野 |
| --- |
| 量子力学/<br>物性基礎 |



# 2.

不純物濃度 $N_A$ の p 型半導体について，以下の問に答えよ。不純物原子は 100% 電気的に活性化しており，熱平衡状態にあるものとする。ただし，$n_i$ は真性キャリヤ濃度，$n$ は電子濃度，$p$ は正孔濃度であり，室温では $p \gg n_i$ が成り立つとする。

1) 室温ではシリコンなどの半導体は飽和領域となるため，価電子帯からの電子の励起は無視でき，$p \gg n_i \gg n$ が成り立つ。この場合の正孔濃度 $p$ を $N_A$ を用いて表せ。

2) 1)の場合の電子濃度 $n$ を $n_i$ と $N_A$ を用いて表せ。

3) 正孔濃度 $p$ がフェルミ準位 $E_F$ と真性準位 $E_i$ を用いて，以下の式で表せる状況を考える。ただし，$k$ はボルツマン定数，$T$ は絶対温度とする。$E_F$ を $E_i$, $k$, $n_i$, $T$, $N_A$ を用いて表せ。

$$p = n_i \exp\left(-\frac{E_F - E_i}{kT}\right)$$

4) 温度が上昇し真性領域になると，価電子帯からの電子の励起が無視できなくなる。励起された電子の濃度を $n$ として，正孔濃度 $p$ を $n$ と $N_A$ を用いて表せ。

5) 4)の場合の電子濃度 $n$ を $n_i$ と $N_A$ を用いて表せ。

6) 温度が上昇した場合の p 型半導体の特性の変化について，$E_F$ の変化をふまえて 100 字程度で説明せよ。