

筆答専門試験科目（午前）  
情報通信（必答科目）

31 大修

時間 9:30~11:00

注 意 事 項

1. すべての解答用紙に受験番号を記入せよ。
2. 次の2題すべてに解答せよ。
3. 解答は1題ごとに別々の解答用紙に、問題番号を明記した上で記入せよ。必要であれば、解答用紙の裏面に記入してよいが、解答用紙の表面にその旨を明記すること。
4. 1枚の解答用紙に2題以上の解答を記入した場合はそれらの解答を無効とすることがある。
5. 1題の解答を2枚以上の解答用紙に記入した場合はその解答を無効とすることがある。
6. 電子式卓上計算機等の使用は認めない。
7. 導出過程も答案用紙に記入すること。

この空白ページは落丁および印刷ミスではありません

H1. 以下の間に答えよ.

1) 関数  $1/x$  ( $x > 0$ ) の 1 階導関数と 2 階導関数を求め, 関数  $1/x$  ( $x > 0$ ) が下に凸な単調減少関数となることを示せ.

2) 関数  $\log_e x$  ( $x > 0$ ) の 1 階導関数が  $1/x$  となることを利用して, 不等式

$$\frac{1}{k+1} < \log_e(k+1) - \log_e k < \frac{1}{k} \quad (\text{H1.1})$$

が全ての正整数  $k$  に対して成立することを示せ.

3) 不等式 (H1.1) を利用して, 不等式

$$\log_e(n+1) < \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} < 1 + \log_e n$$

が全ての整数  $n \geq 2$  に対して成立することを示せ.

4)  $a_n := (\sum_{k=1}^n 1/k) - \log_e n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) によって数列  $(a_n)_{n=1}^{\infty}$  を定義し,  $b_1 := 0, b_n := (\sum_{k=1}^{n-1} 1/k) - \log_e n$  ( $n = 2, 3, \dots$ ) によって数列  $(b_n)_{n=1}^{\infty}$  を定義する. このとき,  $(a_n)_{n=1}^{\infty}$  と  $(b_n)_{n=1}^{\infty}$  の各々が有界な単調増加数列または有界な単調減少数列となることを示せ.

5) 全ての正整数  $k$  に対して, 図 H1.1 の 3 点  $A(k, \frac{1}{k}), B(k+1, \frac{1}{k+1}), C(k+1, \frac{1}{k})$  を頂点に持つ  $\triangle ABC$  の面積は, 領域  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid k < x < k+1, \frac{1}{x} < y < \frac{1}{k}\}$  の面積より小さくなり, 不等式

$$\frac{1}{k} - \int_k^{k+1} \frac{1}{x} dx > \frac{1}{2} \left( \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right) \quad (\text{H1.2})$$

が成立する. 不等式 (H1.2) を利用して, 4) で定義された  $a_n$  ( $n = 2, 3, \dots$ ) に関する不等式

$$a_n > \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{1}{n} \right)$$

を示せ.

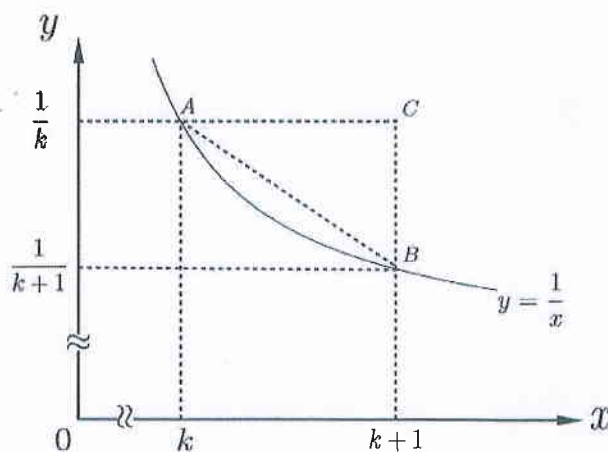


図 H1.1

## H2.

- 1) 2つの正方行列 $A, B$ に対して,

$$B = P^{-1}AP \quad (\text{H2.1})$$

が成り立つ正則な行列 $P$ が存在するとき, 行列 $A, B$ は相似であるとよぶ. このとき, 以下の間に答えよ.

- a) 行列 $A, B$ が相似であるとき, これらが同じ固有値を持つことを示せ.
- b) 式(H2.1)において $A = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $P = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ であるとき, 行列 $A, B$ のそれぞれについて, すべての固有値とこれらに対応する長さ1の固有ベクトルを求めよ.
- 2) 実変数 $x, y, z$ の二次形式 $f(x, y, z) = 2x^2 + 2y^2 + 4z^2 + 2xy + 2yz + 2zx$ が与えられるとき, 以下の間に答えよ.

a)  $f(x, y, z)$ を, 実対称行列 $T$ を用いて $(x \ y \ z) T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ と表すとき,  $T$ を求めよ.

b)  $f(x, y, z)$ は, 直交行列 $Q$ を用いた変換 $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = Q \begin{pmatrix} s \\ t \\ u \end{pmatrix}$ を用いて,

標準形 $a_1s^2 + a_2t^2 + a_3u^2$ に変換できる. ただし,  $a_1, a_2, a_3$ は実数で,  $a_1 \leq a_2 \leq a_3$ とする. このとき,  $Q$ 及び,  $a_1, a_2, a_3$ を求めよ.

c) 二次曲面 $f(x, y, z) - 2\sqrt{3}x - 2\sqrt{3}y + 2\sqrt{3}z - 8 = 0$ が楕円面であることを示せ.

筆答専門試験科目（午前）  
情報通信（選択科目）

31 大修

時間 11:30~13:00

注 意 事 項

1. すべての解答用紙に受験番号を記入せよ。
2. 次の6題の中から2題を選択して解答せよ。3題以上解答した場合はすべて無効とする。
3. 解答は1題ごとに別々の解答用紙に、問題番号を明記した上で記入せよ。必要であれば、解答用紙の裏面に記入してよいが、解答用紙の表面にその旨を明記すること。
4. 1枚の解答用紙に2題以上の解答を記入した場合はそれらの解答を無効とすることがある。
5. 1題の解答を2枚以上の解答用紙に記入した場合はその解答を無効とすることがある。
6. 電子式卓上計算機等の使用は認めない。
7. 導出過程も答案用紙に記入すること。

この空白ページは落丁および印刷ミスではありません

S1. 以下の問に答えよ. なお, 各問の間で設定や記号は共有されない.

- 1) 下の 20 個の標本に対して, 階級を  $[0.3, 0.4), [0.4, 0.5), [0.5, 0.6), [0.6, 0.7), [0.7, 0.8)$  とする度数分布表とヒストグラムを書け.

0.3652 0.7347 0.4561 0.5570 0.6015 0.4216 0.4023 0.4932 0.4738 0.4972  
0.4750 0.4928 0.5798 0.5198 0.4496 0.5589 0.5601 0.5967 0.6164 0.3185

- 2)  $n$  を 2 以上の整数とする.  $n$  個の標本に対する不偏分散と標本分散をそれぞれ  $\hat{\sigma}^2$  と  $s^2$  と書く.  $\hat{\sigma}^2$  を  $s^2$  と  $n$  を用いて表せ. ただし, 不偏分散は母分散の不偏推定量である.
- 3)  $\epsilon$  を  $0 \leq \epsilon \leq 1/2$  とし, 事象  $A, B$  の確率  $P(A), P(B)$  はそれぞれ  $1 - \epsilon$  以上とする. このとき, 積事象  $A \cap B$  の確率  $P(A \cap B)$  は  $1 - 2\epsilon$  以上であることを示せ.
- 4) 区間  $[0, 1]$  上の一様分布に従う独立な 2 つの確率変数  $X, Y$  と,  $Z = X + Y$  によって定義される確率変数  $Z$  に関して, 以下の問に答えよ.
- a)  $Z$  の確率密度関数  $f(z)$  を求めよ.
- b)  $Z$  の平均値と分散を求めよ.
- 5) 有限集合  $\mathcal{X}$  上で定義された確率変数  $X_1, X_2$  に関して, 以下の 2 つの命題は同値であることを示せ. ただし,  $P_{X_1, X_2}(x_1, x_2) \neq 0 (x_1, x_2 \in \mathcal{X})$  とする.

命題 a)  $x_1, x_2 \in \mathcal{X}$  に対して  $P_{X_1, X_2}(x_1, x_2) = P_{X_1}(x_1)P_{X_2}(x_2)$  が成り立つ.

命題 b)  $x_1 \in \mathcal{X}$  に対して  $P_{X_1|X_2}(x_1|x_2)$  が  $x_2$  に依存しない.

- 6) 非負値連続型確率変数  $W$  について, その平均値を  $\mu$  とする. 実数  $a > 0$  に対して, 以下が成り立つことを示せ.

$$P(W \geq a) \leq \frac{\mu}{a}$$

## S2.

二元符号に関する以下の問題に答えよ。

- 1) 情報源アルファベットが  $\mathcal{M} = \{a, b, c, d\}$  であり, 生起確率が

$$P_X(a) = 1/2, \quad P_X(b) = 1/6, \quad P_X(c) = 2/9, \quad P_X(d) = 1/9$$

で与えられる情報源  $X$  を二元符号で符号化することを考える。

- a)  $C$  と  $C'$  を表 S2.1 で定義される二元符号とする。  $C$  の符号の木は, 図 S2.1 で表わせる。  $C'$  の符号の木を描け。

表 S2.1

情報源記号	符号 $C$	符号 $C'$
$a$	00	0
$b$	01	11
$c$	10	100
$d$	11	101

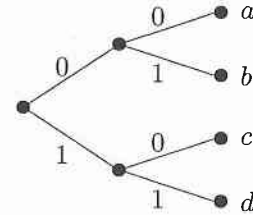


図 S2.1

- b) 情報源が  $X$  であるとき, 符号  $C$  の平均符号長  $L(C)$  と,  $C'$  の平均符号長  $L(C')$  を求めよ。
- c) 情報源  $X$  についてハフマン符号化で得られる符号の例を挙げよ。また, その符号の平均符号長を求めよ。
- d) 情報源  $X$  のエントロピーを求めよ。ただし, 答えは  $A + B \log_2 3$  の形で表現し,  $A$  と  $B$  は最も簡単な分数とすること。
- 2) 次の文を読み, 下の問に答えよ。以下では, 情報源が与えられたときにハフマン符号化によって得られる符号を全てハフマン符号と呼ぶ。

任意の情報源に対して, ハフマン符号はコンパクト符号 (平均符号長を最小にする語頭符号) である。これは, 情報源の記号の数  $n$  に対する数学的帰納法を用いて, 以下のように証明できる。

- (i)  $n = 2$  のとき, すなわち情報源アルファベットが  $\mathcal{M}_2 = \{x_1, x_2\}$  のとき, 情報源によらずハフマン符号は  $x_1$  と  $x_2$  をそれぞれ 0 と 1 に符号化するため, 平均符号長は最小である。
- (ii)  $n = k - 1$  のとき, ハフマン符号はコンパクト符号である<sub>(A)</sub> と仮定し,  $n = k$  のときにもハフマン符号がコンパクト符号であることを示そう。

(次ページにつづく)



(前ページのつづき)

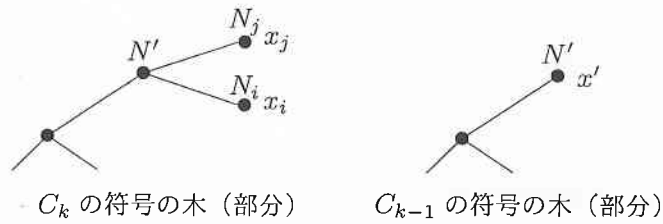


図 S2.2

ある情報源  $Y$  のハフマン符号を  $C_k$  とする。ただし、 $Y$  の情報源アルファベットは  $M_k = \{x_1, \dots, x_k\}$  であり、記号  $x \in M_k$  の生起確率は  $P_Y(x) (> 0)$  である。 $C_k$  の符号の木においては、情報源  $Y$  で最も生起確率の低い2つの記号  $x_i, x_j \in M_k$  は、同じ親ノード  $N'$  を持つ葉ノード  $N_i, N_j$  に割り当てられている。そこで、 $C_k$  の符号の木から葉ノード  $N_i, N_j$  を除き、ノード  $N'$  に新しい情報源記号  $x' (\notin M_k)$  を割り当てた木を作る (図 S2.2 参照)。すると、その木が表す符号  $C_{k-1}$  の情報源アルファベットは  $M_{k-1} = \boxed{\text{(ア)}}$  である。また、情報源  $Y$  における記号  $x_i$  と  $x_j$  を同一視した情報源を  $Z$  とすると、 $C_{k-1}$  は情報源  $Z$  のハフマン符号である (B)。情報源が  $Y$  であるときの符号  $C_k$  の平均符号長を  $L(C_k)$  とし、情報源が  $Z$  であるときの符号  $C_{k-1}$  の平均符号長を  $L(C_{k-1})$  とする。 $L(C_{k-1})$  と  $L(C_k)$  には、

$$L(C_{k-1}) = \boxed{\text{(イ)}} \quad (\text{S2.1})$$

の関係がある。

さて、ハフマン符号  $C_k$  がコンパクト符号ではないと仮定しよう。すなわち、ハフマン符号ではないコンパクト符号  $C'_k$  が存在し、 $C'_k$  は  $C_k$  よりも平均符号長が短い (C) とする。 $C'_k$  の符号の木において、最も生起確率の低い2つの記号  $x_i, x_j$  は、根ノードから最も遠い葉ノードに割り当てられている (D)。また一般性を失うことなく、これらは共通の親を持っている。そこで、 $C_k$  から  $C_{k-1}$  を作るのと同様にして、 $C'_k$  から  $C'_{k-1}$  を作ることができる。すると、同様に定義した平均符号長  $L(C'_{k-1})$  と  $L(C'_k)$  には、

$$L(C'_{k-1}) = \boxed{\text{(ウ)}} \quad (\text{S2.2})$$

の関係がある。式 (S2.1) と式 (S2.2) から  $L(C'_{k-1}) - L(C_{k-1}) = \boxed{\text{(エ)}}$  が導ける。下線部 (C) より  $L(C'_k) < \boxed{\text{(オ)}}$  であるため、 $L(C'_{k-1}) < L(C_{k-1})$  である。下線部 (B) の事実を考慮すると、これは下線部 (A) に矛盾する。したがって、 $n = k$  においてもハフマン符号はコンパクト符号である。 (Q.E.D.)

- 空欄 (ア) から (オ) に入れる式を答えよ。
- 下線部 (B) における情報源  $Z$  の生起確率  $P_Z(x)$  を、 $P_Y(x)$  で表せ。
- 下線部 (D) が成り立つことを証明せよ。

### S3.

図 S3.1~S3.3 に示すブリッジ回路の定常応答を考える。ただし、 $Z_1 \sim Z_5$  はインピーダンスを、 $I_5$  は  $Z_5$  に流れる電流をそれぞれ表す複素数、 $E$  は角周波数  $\omega (> 0)$  の交流電圧源とする。電圧、電流はすべてフェーザ表示である。虚数単位は  $j$ 、また、容量値、抵抗値は 0 でないとして、以下の間に答えよ。

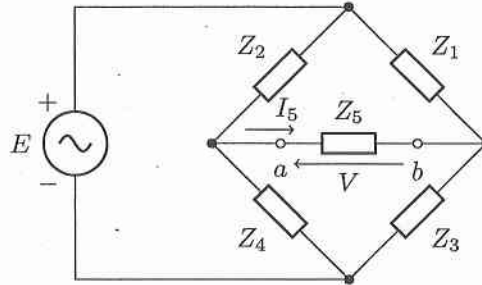


図 S3.1

- 1) 図 S3.1 の  $Z_5$  を取り除き開放したときの端子対  $a-b$  の電圧  $V$  を、 $Z_1, Z_2, Z_3, Z_4, E$  を用いて表せ。
- 2) 1) の状態からさらに交流電圧源を取り除き短絡したとき、端子対  $a-b$  から見た回路のインピーダンス  $Z_0$  を  $Z_1 \sim Z_4$  を用いて表せ。
- 3) 図 S3.1 の電流  $I_5$  を 1) と 2) で求めた  $V$  と  $Z_0$  を用いて表せ。
- 4) 3) で求めた電流  $I_5$  を  $Z_1 \sim Z_5, E$  を用いて表し、電流  $I_5 = 0$  となる条件（平衡条件）を求めよ。
- 5) 図 S3.2 に示すブリッジ回路において、 $V = 0$  であったとする。このとき、未知インピーダンス  $Z_1$  を容量値  $C_4$ 、抵抗値  $R_2 \sim R_4$  を用いて表せ。
- 6) 図 S3.3 に示すブリッジ回路において、 $V = 0$  であったとする。このとき、抵抗値  $R_1 \sim R_4$ 、容量値  $C_3, C_4$  の間で成り立つ式と、交流電圧源  $E$  の角周波数  $\omega$  を求めよ。

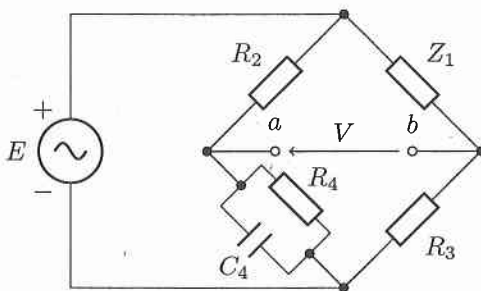


図 S3.2

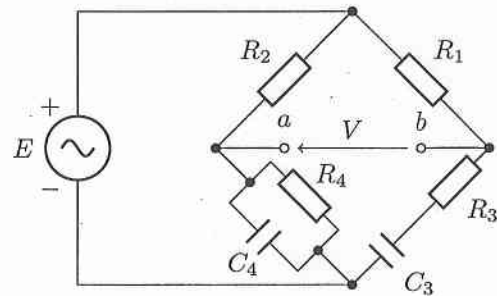


図 S3.3

**S4.** 論理変数  $x, y$  について,  $x$  の論理否定を  $\bar{x}$  と表し,  $x$  と  $y$  の論理積を  $x \cdot y$  と表し,  $x$  と  $y$  の論理和を  $x \vee y$  と表す. また, 整数値を表す  $N$  ビット論理変数  $X$  を  $X = x_{N-1} \cdots x_1 x_0$  と表記する. さらに, 整数定数の 10 進数表記と 2 進数表記をそれぞれ  $(\cdots)_{10}$  と  $(\cdots)_2$  とする. 例えば, 定数 17 の 10 進数表記は  $(17)_{10}$  であり 2 進数表記は  $(10001)_2$  である. 以下の問題で, 論理式の解答を示す場合は, 最小数の AND 項からなる NOT-AND-OR 形式 (「積項の和」形式) の論理式で解答せよ.

- 1) 2 つの  $N$  ビット入力  $A = a_{N-1} \cdots a_1 a_0$  と  $B = b_{N-1} \cdots b_1 b_0$  の算術加算  $A + B$  を出力する  $N$  ビット加算器を図 S4.1 に示す.  $N$  ビット加算器は,  $N$  個の全加算器 (FA: Full Adder) で構成され,  $c_{in} = c_0 = 0$  である.  $k$  ビット目 ( $k = 0, 1, \dots, N-1$ ) の全加算器の真理値表を表 S4.1 に示す.  $s_k$  と  $c_{k+1}$  の論理式を  $a_k, b_k, c_k$  によって表せ.

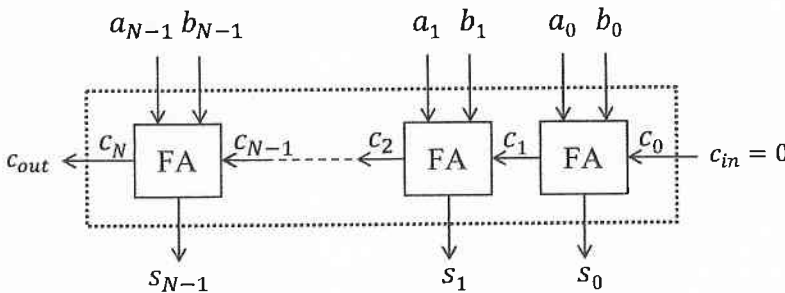


図 S4.1:  $N$  ビット加算器 (FA: 全加算器)

表 S4.1: 全加算器の真理値表

入力			出力	
$a_k$	$b_k$	$c_k$	$c_{k+1}$	$s_k$
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

- 2) 2 つの  $N$  ビット入力  $A = a_{N-1} \cdots a_1 a_0$  と  $B = b_{N-1} \cdots b_1 b_0$  の算術減算  $A - B$  を出力する  $N$  ビット減算器を図 S4.2 に示す. 減数  $B$  は「ビット反転器」によって  $B' = b'_{N-1} \cdots b'_1 b'_0 = \overline{b_{N-1}} \cdots \overline{b_1} \overline{b_0}$  に補正され,  $c_{in} = c_0 = 1$  である. 以下の枠内の記述の [ア] ~ [ウ] に入る数字や数式を示せ. ただし, ここでは,  $N$  ビット変数  $A, B, B'$  をすべて非負整数 (符号なし整数) として扱っている.

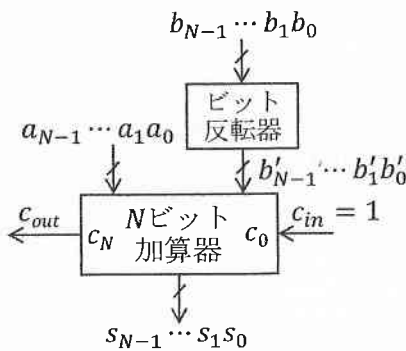


図 S4.2:  $N$  ビット減算器

図 S4.2 の中の  $N$  ビット加算器は,  $N$  ビット変数  $A, B'$  と論理変数  $c_{in}$  を入力とし,  $N+1$  ビット変数  $S' = c_N s_{N-1} \cdots s_1 s_0$  を出力し,  $S' = A + B' + c_{in}$  である.

一方で,  $B' = b'_{N-1} \cdots b'_1 b'_0 = \overline{b_{N-1}} \cdots \overline{b_1} \overline{b_0}$  は,  $B = b_{N-1} \cdots b_1 b_0$  の「ア」の補数」であり,  $B' + B =$  [イ]  $-1$  が成り立つ. また,  $c_{in} = 1$  より,  $S' = A + B' + 1 = A - B +$  [イ] となる.

さらに,  $A$  と  $B$  の大小関係を表す論理変数  $d$  を

$$d = \begin{cases} 0 & (A \geq B) \\ 1 & (A < B) \end{cases}$$

と定義すると,  $N$  ビット加算器のキャリー出力  $c_{out} = c_N$  と  $d$  の間には  $d =$  [ウ] が成り立つ.

(次ページにつづく)

(前ページのつづき)

3) 4ビットで1桁の10進数を表現するBCD (Binary-Coded Decimal) 符号用の加算器を図S4.3に示す。2つの4ビット入力  $A = a_3a_2a_1a_0$  と  $B = b_3b_2b_1b_0$  はBCD符号であるので、 $A$  と  $B$  は  $(0000)_2$  から  $(1001)_2$  までの値をとり、 $(0)_{10} \leq A \leq (9)_{10}$ 、 $(0)_{10} \leq B \leq (9)_{10}$  が成立する。また、 $c_{in}$  には下位桁からのBCD加算のキャリービットが入力する。4ビット加算器の5ビット出力  $S' = c_4s_3s_2s_1s_0$  は、 $S' = A + B + c_{in}$  であり、 $(0)_{10} \leq S' \leq (19)_{10}$  が成立するが、 $(10)_{10} \leq S'$  のときにBCD加算の桁上げが生じ  $c_{out} = 1$  となり、「BCD加算補正器」の4ビット出力  $T = t_3t_2t_1t_0$  は  $(0)_{10} \leq T \leq (9)_{10}$  に補正される。

- 論理関数  $c_{out} = f_1(c_4, s_3, s_2, s_1, s_0)$  の論理式を示せ。
- 「BCD加算補正器」は、 $c_{out} = 1$  のときに4ビット定数  $M$  を  $s_3s_2s_1s_0$  に加算することで出力  $t_3t_2t_1t_0$  をBCD符号にする。4ビット定数  $M$  の2進数表記を示せ。

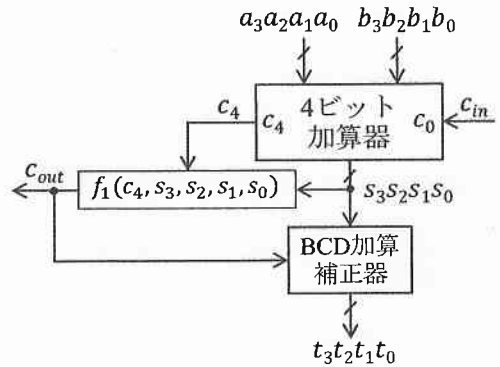


図 S4.3 : BCD 加算器

4) BCD符号用の減算器を図S4.4に示す。 $c_{in}$  には下位桁からのBCD減算のキャリービットが入力し、 $c_{in} = 0$  ( $\overline{c_{in}} = 1$ ) のとき下位桁の「ボロー」(繰り下げ)が生じたことを表す。 $D' = A - B - \overline{c_{in}}$  の値は  $(-10)_{10} \leq D' \leq (9)_{10}$  であるが、 $D'$  が負のとき、つまり  $D' < (0)_{10}$  のとき、BCD減算のボローが生じるため  $c_{out} = c_4 = 0$  となる。「BCD減算補正器」は、ボローが生じた ( $c_{out} = 0$ ) のときに4ビット定数  $(10)_{10} = (1010)_2$  を  $s_3s_2s_1s_0$  に加算することで4ビット出力  $t_3t_2t_1t_0$  をBCD符号にする。ここで、制御入力信号  $g$  を導入し、 $g = 0$  のときにBCD加算  $A + B$  を出力し、 $g = 1$  のときにBCD減算  $A - B$  を出力するBCD加減算器を図S4.5に示す。

- 「入力補正器」の出力  $b'_k$  ( $k = 0, 1, 2, 3$ ) の論理式を  $g$  と  $b_k$  によって表せ。
- 論理関数  $c_{out} = f_2(g, c_4, s_3, s_2, s_1, s_0)$  の論理式を示せ。
- 「BCD加減算補正器」は、4ビット変数  $h_3h_2h_1h_0$  を  $s_3s_2s_1s_0$  に加算することで出力  $t_3t_2t_1t_0$  をBCD符号にする。 $h_3, h_2, h_1, h_0$  の論理式を  $g$  と  $c_{out}$  によってそれぞれ表せ。

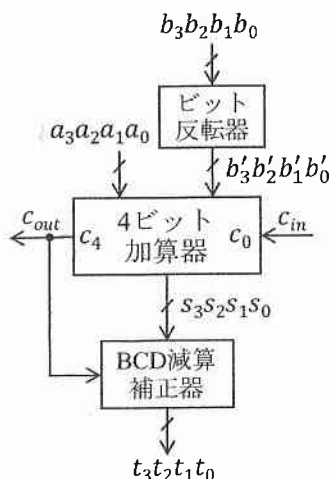


図 S4.4 : BCD 減算器

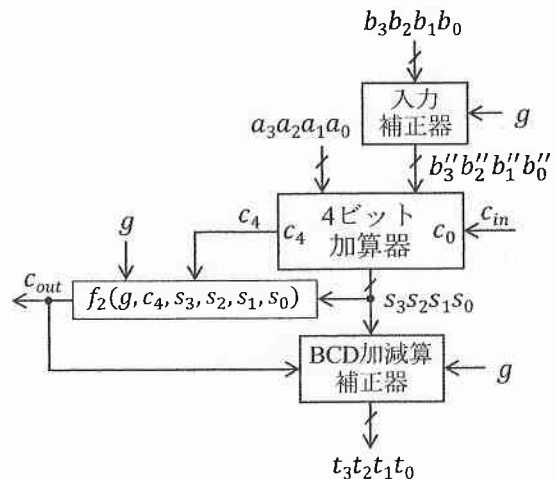
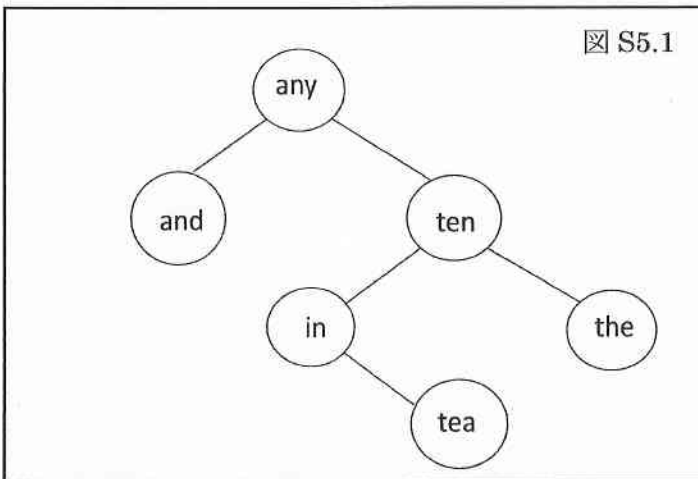


図 S4.5 : BCD 加減算器

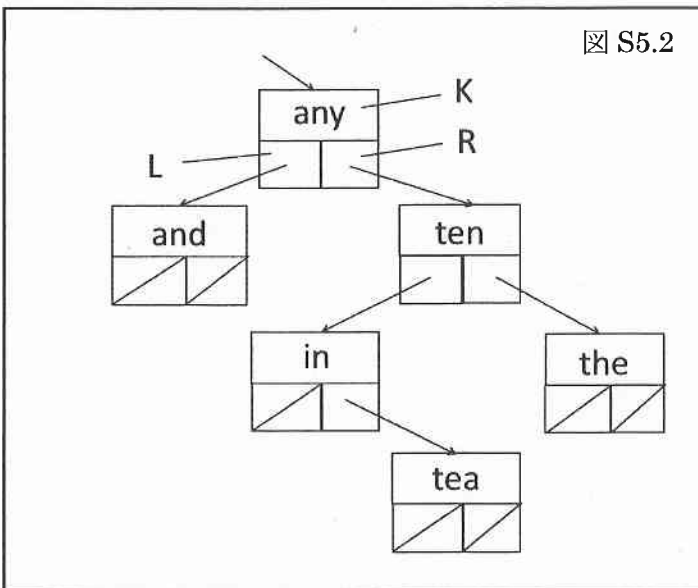
**S5.** 2分木のノードに1つずつ英単語を入れたものを考える。このとき、任意のノードの左側の子およびその子孫のノードの英単語すべてがこのノードの英単語より辞書式順序で前に、右側の子およびその子孫のノードの英単語すべてが辞書式順序で後にある。図 S5.1 に 6 個の英単語 {and, any, in, tea, ten, the} (辞書式順序に並んでいる) からなる木を例として示す。この形式 (形式 A とよぶ) の木に新しい英単語を挿入する擬似コードおよび、形式 A の木をある英単語で探索する擬似コードをそれぞれアルゴリズム S5.1, S5.2 に示す。ここで、変数 W は英単語である。変数 T は形式 A の木のノードを指すポインタであり、最初は根ノードを指すポインタを与えて呼び出される。形式 A の木の各ノードは、英単語が格納される変数 K と、左右の部分木を指すポインタ L, R からなる。部分木がない場合には、ポインタの値は NULL が代入される。図 S5.1 の木は、データ構造としては、図 S5.2 として表される。ポインタの値が NULL であることを図 S5.2 では L, R のボックスに斜線を引くことで表している。図 S5.1 では値が NULL のリンクは表示していない。アルゴリズム S5.1 の newNode は新しいノードを作成する関数であり、K の値が W, ポインタ L, R の値が NULL のノードが作成され、そのノードへのポインタが値として返される。木にノードがない場合には、変数 T には NULL が値として代入され呼び出される。また、アルゴリズム S5.1, S5.2 では、英単語の辞書式順序は、英単語として判定できるものとし、辞書式順序の前後関係は '<' (W1 が W2 より前であることを  $W1 < W2$  で表す) で表記する。



アルゴリズム S5.1

```

insertA(T, W)
{
    if (T==NULL) return newNode(W);
    if (W < T->K)
        T->L = insertA(T->L, W);
    else if (T->K < W)
        T->R = insertA(T->R, W);
    return T;
}
  
```



アルゴリズム S5.2

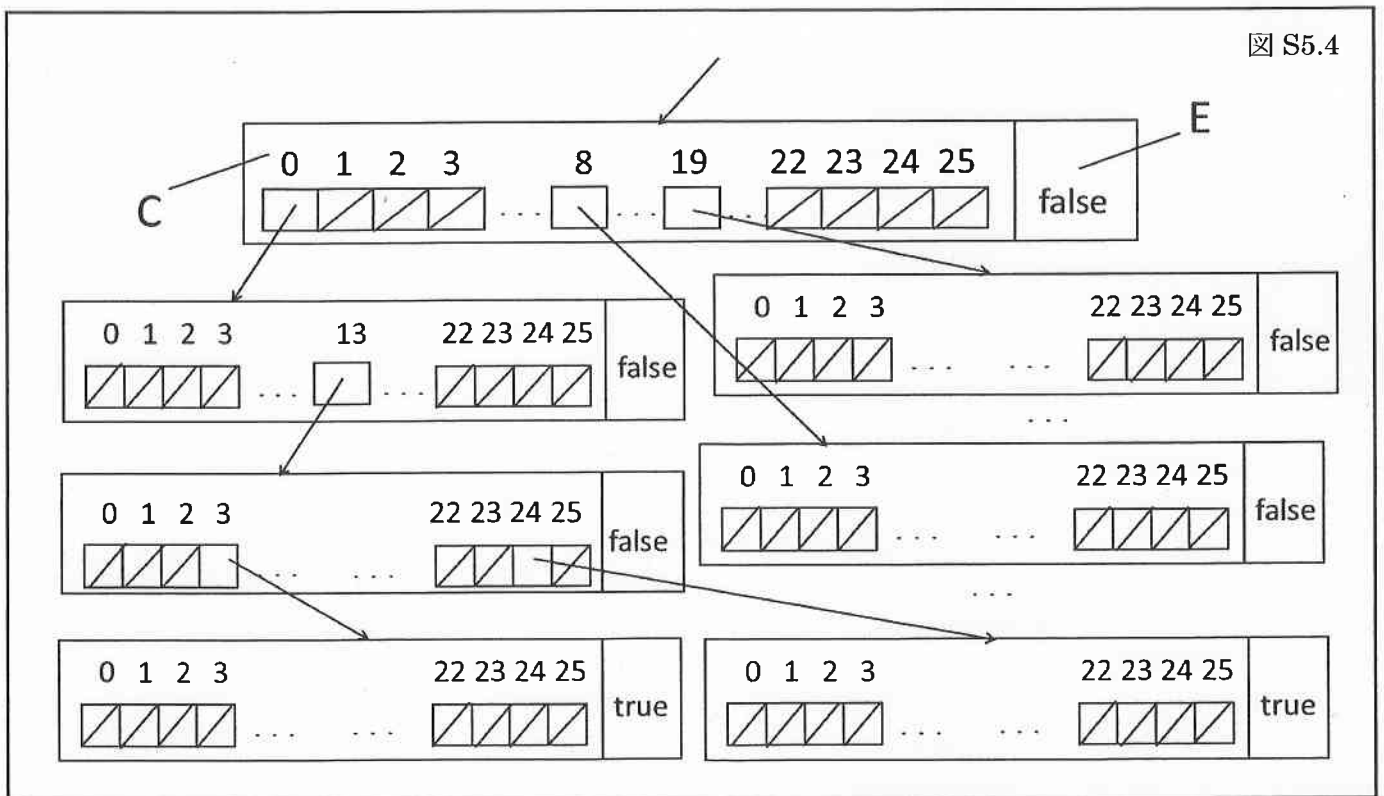
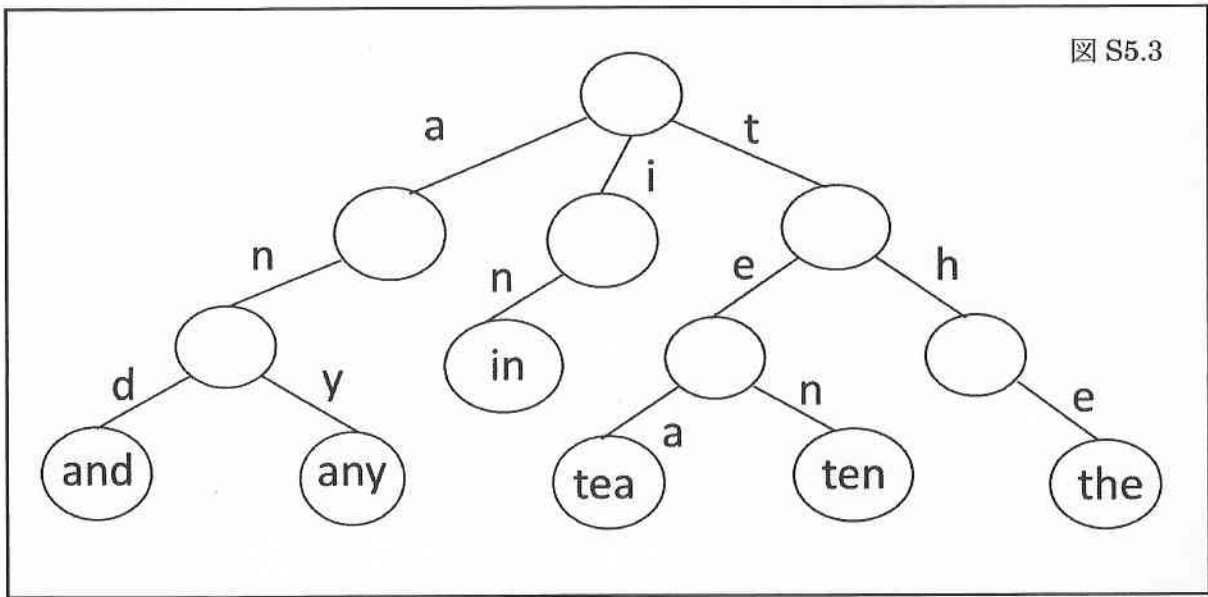
```

searchA(T, W)
{
    if (T == NULL || T->K == W)
        return T;
    if (W < T->K)
        return searchA(T->L, W);
    else if (T->K < W)
        return searchA(T->R, W);
}
  
```

次ページにつづく

- 1) アルゴリズム S5.1 を用いて、木にノードがない状態から、6 個の英単語を (and, any, in, tea, ten, the), (tea, any, and, in, ten, the) の順に挿入した場合に得られる木をそれぞれ図 S5.1 の形で図示せよ。
- 2) 1) で得られた 2 つの木を、アルゴリズム S5.2 を用いて英単語 the で探索する際、the を見つけるまでにたどる必要のあるノード数をそれぞれ示せ。また、このことから、探索する英単語の文字列の長さを  $m$ 、形式 A の木を構成するノード数を  $n$ 、形式 A の木の深さを  $d$  としたとき、形式 A の木を探索する際の計算量は何に比例するか答えよ。

次に、英単語集合を、英単語中のアルファベットをリンクのラベルとして持つ木で管理することを考える。この形式 (形式 B とよぶ) の木の例を図 S5.3 に示す。形式 B の木の各ノードは、26 個のアルファベットに対応する 26 個の部分木を指すポインタを格納する配列 C と、そのノードが英単語の最後の



文字の場合に true となる論理変数 E からなる。図 S5.4 は、図 S5.3 の木の一部をデータ構造として表したものである。部分木がない場合には、ポインタの値として NULL が代入される。ポインタの値が NULL であることを図 S5.4 では C のボックスに斜線を引くことで表している。図 S5.3 では、値が NULL のリンクは表示していない。形式 B の木に関する以後のアルゴリズムでは、英単語は、文字を要素とする配列（文字列）として与えられる。また、形式 B の木は最初、英単語が 1 つも登録されていない状態では、C の 26 個のポインタの値が NULL、E が false の、根ノード 1 つからなる。

3) 根ノードを指すポインタを表す変数 T で与えられる形式 B の木に、変数 W で与えられる英単語が存在するかどうか探索し、存在すれば true、存在しなければ false を返すアルゴリズム S5.3 の空欄を選択肢 S5.1 から埋めよ。同じ選択肢を何度用いても良い。ここで、length は文字列 W の長さを与え、char\_to\_index はアルファベット (a-z) を数字 (0-25) に変換する関数である。形式 B の木の探索は、探索しようとする英単語の文字列に沿って、根ノードから木を下向きにたどる。図 S5.3 の木を英単語 the で探索すると、最初の文字 t を元に右端のリンクをたどり、次に文字 h を元に右のリンクをたどり、最後に文字 e を元にリンクをたどる。

アルゴリズム S5.3

```

searchB(T, W)
{
    pCrawl = T;
    for (i = 0; i < length(W); i++)
    {
        index = char_to_index(W[i]);
        if ( (a) == NULL)
            return (b) ;
        pCrawl = (c) ;
    }
    return (pCrawl != NULL && (d) );
}
    
```

アルゴリズム S5.4

```

insertB(T, W)
{
    pCrawl = T;
    for (i = 0; i < length(W); i++)
    {
        index = char_to_index(W[i]);
        if ( (e) == NULL)
            (f) = getNode();
        pCrawl = (g) ;
    }
    (h) = (i) ;
}
    
```

選択肢 S5.1

- (1) pCrawl->E, (2) pCrawl->C[index], (3) true, (4) false, (5) pCrawl, (6) T, (7) W, (8) W[i], (9) i, (10) index, (11) NULL

4) 探索する英単語の文字列の長さを m、形式 B の木を構成するノード数を n、形式 B の木の深さを d としたとき、形式 B の木を探索する際の計算量は、探索が成功する場合、何に比例するか答えよ。

5) 根ノードを指すポインタを表す変数 T で与えられる形式 B の木に、変数 W で与えられる新しい英単語を挿入するアルゴリズム S5.4 の空欄を選択肢 S5.1 から埋めよ。同じ選択肢を何度用いても良い。ここで、getNode は新しいノードを作成する関数であり、C の 26 個のポインタの値が NULL、E が false のノードが作成され、そのノードへのポインタが値として返される。

最後に、アルゴリズム S5.4 を用いて、木に英単語が 1 つも登録されていない状態から、5 個の英単語

{the, their, them, there, they}を形式 B の木に挿入した後で、その木に対して、アルゴリズム S5.5 を適用する (変数 T はその木の根ノードを指すポインタである)。ここで、countChildren は、第一引数で与えられるノードにおいて、値が NULL でないリンクの数を返す関数である。また、値が NULL でないリンクが 1 つしかない場合には、そのアルファベットを表す数字を変数 index に代入する。

index\_to\_char は数字 (0-25) をアルファベット (a-z) に変換する関数である。また、p は文字を要素とする配列 (文字列) であり、EOS は文字列の最後を表す記号である。

6) アルゴリズム S5.5 を適用したとき返ってくる値を示せ。また、このアルゴリズム S5.5 は、形式 B の木の形で与えられている英単語集合から何を求めるものであるか 30 字以内で説明せよ。

## アルゴリズム S5.5

```
walkB(T)
{
    pCrawl = T;
    i = 0;
    while (countChildren(pCrawl,&index) == 1 &&
           pCrawl->E == false)
    {
        p[i] = index_to_char(index); i++;
        pCrawl = pCrawl->C[index];
    }
    p[i] = EOS;
    return p;
}
```



**S6.** 透磁率 $\mu_0$ の真空中にある導線を考える. 導線の太さは無視できるものとして, 以下の間に答えよ.

- 1) 図 S6.1 に示す  $xy$  平面内の一辺の長さが  $2a$  の正方形の導線  $L_1$  とそれを流れる電流  $I_1$  を考える. 図 S6.2 には, この導線の辺  $AD$  と辺上の点  $Q$ , 辺  $AD$  から  $h$  ( $h > 0$ ) 離れた点  $P_1(a, y_1, h)$  を示す. 電流  $I_1$  の点  $Q$  での電流素片  $I_1 ds$  が点  $P_1$  に作る磁束密度の大きさ  $dB$  を, 透磁率  $\mu_0$ , 辺  $AD$  と  $QP_1$  がなす角  $\theta$ , 点  $P_1$  と辺  $AD$  の距離  $h$ , 電流  $I_1$  および導線の微小部分  $ds$  を用いて表す式を示せ.

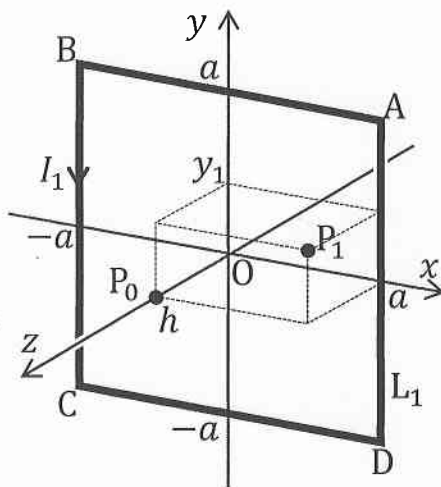


図 S6.1

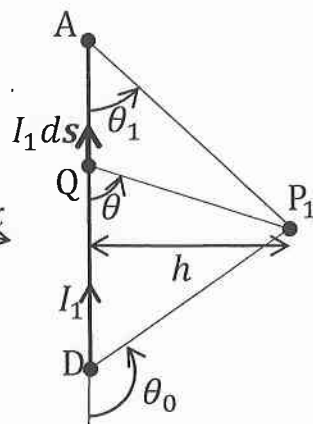


図 S6.2

- 2) 図 S6.1 の電流  $I_1$  のうち, 辺  $AD$  を流れる部分が点  $P_1$  に作る磁束密度の大きさ  $B$  が,

$$B = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi h} (\cos\theta_1 - \cos\theta_0)$$

となることを, 1) で答えた式を用いて示せ. なお,  $\frac{d}{d\theta} \left( \frac{1}{\tan\theta} \right) = -\frac{1}{\sin^2\theta}$  である.

- 3) 図 S6.1 の導線  $L_1$  を流れる電流  $I_1$  が, 点  $P_0(0, 0, h)$  に作る磁束密度  $\mathbf{B}_0 = (B_{0x}, B_{0y}, B_{0z})$  を求めよ.

- 4) 図 S6.3 に示すように, 図 S6.1 の導線  $L_1$  に加えて,  $xy$  平面から  $h$  離れた平面内に, 一辺の長さが  $2b$  で, 各辺が導線  $L_1$  と平行な正方形の導線  $L_2$  と, 太さと長さの無視できる抵抗  $R$  からなる回路を,  $L_2$  の中心が  $P_0$  となるように固定した. さらに, 導線  $L_1$  に  $I_1(t) = t$  ( $t$  は時刻) の電流  $I_1$  を流した. 導線  $L_2$  を流れる電流  $I_2$  が定常状態となった後の電流  $I_2$  を求めよ. ただし,  $b \ll a$  であり,  $L_2$  を含む面のうち  $L_2$  で囲まれた部分の磁束密度は点  $P_0$  の磁束密度  $\mathbf{B}_0$  と等しいものとする.

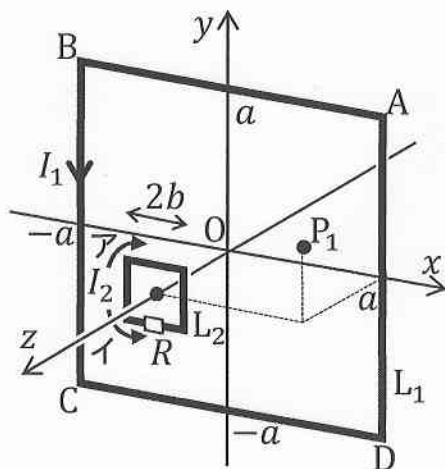


図 S6.3

- 5) 4) のとき, 電流  $I_2$  の向きは図 S6.3 に示した矢印  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{I}$  のうちどちらになるか答えよ.
- 6) 4) のとき, 電流  $I_1$  が作る磁束密度から導線  $L_2$  が受ける力の合力を求めよ.
- 7) 図 S6.1 の導線  $L_1$  に流れる電流  $I_1$  のうち, 線分  $AB, BC, CD, DA$  に流れる部分が点  $P_1(a, y_1, h)$  に作る磁束密度  $\mathbf{B}_{1AB}, \mathbf{B}_{1BC}, \mathbf{B}_{1CD}, \mathbf{B}_{1DA}$  の向きを, それぞれ 3 次元ベクトルの成分で答えよ.
- 8) 4) と同様の設定で,  $b \ll a$  ではなく  $b = a$  のときを考えると,  $L_2$  で囲まれた部分の磁束密度は一樣とみなせないが, 電流  $I_2$  の向きは 4) の場合と等しい. このとき, 電流  $I_1$  が作る磁束密度から導線  $L_2$  が受ける力の合力の向きを理由とともに答えよ.