平成 29 年 4 月入学及び平成 28 年 9 月入学

大学院修士課程・専門職学位課程入学試験

工学院　情報通信系

筆答専門試験科目

想　定　問　題

平成 28 年 1 月

東京工業大学

※　出題される分野、問題数等本想定問題の内容は、実際の試験問題とは異なる場合があります。

※　各系の試験概要については，２月上旬に公表予定です。

※　本入学試験にかかる募集要項は，４月上旬に本学ホームページで公表し，志願票等を含む冊子を５月上旬より配布する予定です。

工学院情報通信系大学院入試想定問題

必答科目(9:30～11:00)：

下記の２分野からそれぞれ１問ずつ出題する．

1. 微分積分
2. 線形代数

選択科目(11:30～13:00)：

下記の６分野からそれぞれ１問ずつ出題する．

２問を選択して解答する．

1. 応用数学(確率・統計，フーリエ解析，ラプラス変換，複素関数論)
2. 情報通信理論(情報理論，通信方式，待ち行列理論)
3. 回路理論・回路解析(交流回路，線形回路，電子回路)
4. 計算機・論理回路(ブール代数，組み合わせ回路，順序回路，計算機構成)
5. アルゴリズム・プログラミング(再帰，木とグラフ，探索，配列とポインタ)
6. 物理学基礎(電磁気学)

次ページ以降に記述されている各分野の想定問題と同程度のレベルの試験問題を出題する予定である．

## 【微分積分】 1

### [A–1]

$n$ を自然数，$x, \theta$ を実変数として，以下の設問に答えよ．

(1) 以下の定積分を求めよ．

(a) $\displaystyle\int_{-1}^{1} \sqrt{1-x^2}\, dx$

(b) $\displaystyle\int_{-1}^{1} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\, dx$

(2) $x$ の $n$ 次の多項式 $P_n(x)$ を

$$P_0(x) = 1, \quad P_1(x) = x,$$
$$P_n(x) = 2xP_{n-1}(x) - P_{n-2}(x), \quad n > 1$$

と定義する．

(a) $P_2(x)$, $P_3(x)$ を求めよ．

(b) $x = \cos\theta$ とおくと，$x \in [-1, 1]$ において $P_2(x) = \cos 2\theta$, $P_3(x) = \cos 3\theta$ と表せることを示せ．

(c) 以下の定積分を $n = 1, 2, 3$ についてそれぞれ求めよ．

$$\int_{-1}^{1} P_n(x)P_3(x)\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\, dx$$

(3) 前問で定義した $P_n(x)$ と実数 $a_0$, $a_1$, $a_2$, $a_3$ を用いて新たな多項式 $R(x)$ を

$$R(x) = a_0 + a_1P_1(x) + a_2P_2(x) + a_3P_3(x)$$

と定義する．

(a) 以下の定積分を求めよ．

$$\int_{-1}^{1} \left[R(x)\right]^2 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\, dx$$

(b) $x \in [-1, 1]$ において有界な任意の実連続関数 $f(x)$ が与えられたとき

$$\int_{-1}^{1} \left[f(x) - R(x)\right]^2 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\, dx$$

の値を最小とする $a_3$ を求める式を $f(x)$ と $P_3(x)$ を用いて表せ．

# 【微分積分】 2

1. $xy$ 平面上において，原点を中心とする半径 $a$ の円の内部（円周上の点は含まない）を領域 $D$ とし，

$$I = \iint_D e^{-x^2-y^2}\,dxdy \tag{1.1}$$

とする．以下の問に答えよ．

1) $x = r\cos\theta,\ y = r\sin\theta$ と変数変換したとき，領域 $D$ の範囲を $r, \theta$ で表せ．

2) 上記の変換に対するヤコビ行列 $J$

$$J = \frac{\partial(x,y)}{\partial(r,\theta)}$$

およびその行列式を求めよ．

3) 式 (1.1) を計算し，$a$ を用いて表せ．

4) $\displaystyle\lim_{a\to\infty} I$ の値を求めよ．

5) 4) の結果を利用して，

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}\,dx$$

の値を求めよ．

6) ガンマ関数

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} e^{-t}t^{x-1}\,dt$$

について，$\Gamma(\frac{1}{2})$ の値を求めよ．

# 【線形代数】1

**1.** 集合$V$の任意の要素$u, v$および任意の実数$\alpha$について, $u$と$v$の和$u+v$, および$u$の$\alpha$倍$\alpha u$が定義されているとする. $V$が実線型空間であるための条件の中に

条件I $\alpha u \in V$,

条件II $u+v \in V$

がある. 条件IとIIは以下の集合$V_1$から$V_{10}$が実線形空間であるための必要十分条件になっている. なお集合$V_1$から$V_8$では, 集合の要素$u$と$v$の和は$u$と$v$の成分毎の和と定義し, 実数$\alpha$による要素$u$の$\alpha$倍は$u$の各々の成分を$\alpha$倍したものとする. 集合$V_9$と$V_{10}$では, 和と$\alpha$倍をそれぞれ多項式同士の和と実数$\alpha$による多項式の$\alpha$倍によって定義する.

以下の集合$V_1$から$V_{10}$のそれぞれについて, その集合が実線形空間であるか否か述べよ. 実線形空間である場合にはその基底を一つ挙げよ. そうではない場合には反例を挙げよ.

例えば, 条件IとIIの両方を満たす実線形空間$\{(a,b) \mid a,b$は実数$\}$については基底として$\{(1,0),(0,1)\}$を挙げ, 条件Iを満たさない集合$\{(a,b) \mid a,b$は非負の実数$\}$については$\alpha=-1$と$u=(1,1)$が条件Iを満たさないことを述べればよい.

1) $V_1 = \{(a,b,c) \mid a,b,c$は実数$\}$.
2) $V_2 = \{(a,b,c) \mid a,b,c$は実数であり, かつ$a^2+b^2+c^2 \leq 1\}$.
3) $V_3 = \{(a,b,c) \mid a,b,c$は実数であり, かつ$a+b=b+c=0\}$.
4) $V_4 = \{(a,b,c) \mid a,b,c$は実数であり, かつ$a+b=b+c=1\}$.
5) $V_5 = \{M \mid M$は$2\times 2$実行列$\}$.
6) $V_6 = \{M \mid M$は$2\times 2$実行列であり, かつ$M$のトレースは$0\}$.
7) $V_7 = \{M \mid M$は$2\times 2$実行列であり, かつ$M$の行列式は$0\}$.
8)

$$V_8 = \left\{ \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \;\middle|\; a,b,c \text{は実数であり, かつ} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \right\}.$$

9) $V_9 = \{f(x) \mid f(x)$は次数が2以下の実多項式であり, かつ$f(1)=0\}$.
10) $V_{10} = \{f(x) \mid f(x)$は次数が2以下の実多項式であり, かつ$f(1)=1\}$.

## 【線形代数】 2

1. $3 \times 3$ 実行列 $A$ を

$$A = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 \\ -2 & 1 & -2 \\ -2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

によって定義する。以下の問に答えよ。

1) 行列 $A$ の行列式を求めよ。

2) $I$ を $3 \times 3$ 単位行列、$x$ を変数としたとき、行列 $xI - A$ の行列式を求めよ。

3) 行列 $A$ の固有値を全て求めよ。

4) 行列 $A$ の各々の固有値について、その固有値に対する固有空間の基底を求めよ。

5) ユニタリ行列の定義を述べ、その定義を行列 $A$ が満たしていることを示せ。

6) エルミート行列の定義を述べ、その定義を行列 $A$ が満たしていることを示せ。

7) $A = BDB^*$ を満たす行列 $B$ と対角行列 $D$ を求めよ。ただし $B^*$ は $B$ の共役転置である。

## 【応用数学(確率・統計)】1

2. $x_1$ と $x_2$ を実数値をとる確率変数とし，互いに独立であるとする．また，整数 $n$ ($n=1, 2$) に対して，確率密度関数 $p_n(x_n)$ を

$$p_n(x_n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi v_n}} \exp\left[-\frac{(x_n - m_n)^2}{2v_n}\right] \tag{2.1}$$

とする．ただし，$m_n$ と $v_n$ は実数の定数であり，$v_n > 0$ とする．以下の問に答えよ．

1) 式 (2.2) で定める $\mu_{1,2}$ を計算せよ．

$$\mu_{1,2} = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} (x_1 - m_1)(x_2 - m_2) p_1(x_1) p_2(x_2) dx_1 dx_2 \tag{2.2}$$

2) 式 (2.3) で定める $\mu_{1,1}$ を計算せよ．

$$\mu_{1,1} = \int_{-\infty}^{\infty} (x_1 - m_1)^2 p_1(x_1) dx_1 \tag{2.3}$$

3) 式 (2.4) で定める確率変数 $y$ の期待値 $m$ と分散 $v$ を計算せよ．ただし，$a_1$ と $a_2$ は同時に 0 とならない実数の定数である．

$$y = a_1 x_1 + a_2 x_2 \tag{2.4}$$

4) 式 (2.1) の $p_n(x_n)$ のフーリエ変換 $\int_{-\infty}^{\infty} p_n(x_n) \exp(-j\omega x_n) dx_n$ を計算せよ．ただし，以下の式 (2.5) を用いてもよい．なお，$j$ は $j^2 = -1$ を満足する虚数単位，$\omega$ と $b$ は任意の実数，$v'$ は任意の正の実数である．

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi v'}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{(x - jb)^2}{2v'}\right] dx = 1 \tag{2.5}$$

5) 式 (2.4) の $y$ の確率密度関数を $q(y)$ とする．$q(y)$ のフーリエ変換を計算せよ．ただし，式 (2.6) を用いてもよい．

$$\int_{-\infty}^{\infty} q(y) \exp(-j\omega y) dy = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} p_1(x_1) p_2(x_2) \exp[-j\omega(a_1 x_1 + a_2 x_2)] dx_1 dx_2 \tag{2.6}$$

6) $q(y)$ を求めよ．ただし，4) と 5) の結果を用いてもよい．

## 【応用数学(確率・統計)】2

2. 1) 平均 0，標準偏差 1 の連続分布 $D_1$ に従う標本 $x$ が，区間 $[-1.5, 1.5]$ に存在する確率 $P$ に関して以下の問に答えよ．ただし，計算過程も記述し，答は小数第 2 位まで求めよ．

   a) 分布 $D_1$ が正規分布のとき，区間 $[-1.5, 1.5]$ を 4 等分し台形則を適用することにより，確率 $P$ を計算せよ．必要があれば，$\phi(0) = 0.40$, $\phi(0.75) = 0.30$, $\phi(1.5) = 0.13$ としてよい．ただし，$\phi(x)$ は確率変数 $x$ に関する標準正規分布の確率密度関数である．

   b) 分布 $D_1$ がある連続した区間上の一様分布のとき，確率 $P$ を計算せよ．必要があれば，$\sqrt{3} = 1.73$ としてよい．

   c) 分布 $D_1$ における確率 $P$ の下限を，チェビシェフの不等式を用いて計算せよ．

2) 確率分布 $D_2$ に従う $n$ 個の独立な標本 $\{x_i \,|x_i \in \mathbb{R}\}_{i=1}^{n}$ に対して，以下の問に答えよ．ただし，導出過程も記述すること．

   a) 分布 $D_2$ が正規分布のとき，この正規分布の期待値と分散の最尤推定量を標本から求めよ．

   b) 分布 $D_2$ が $[a, b]$ 上の連続一様分布のとき，$a$ と $b$ の最尤推定量を標本から求めよ．

## 【応用数学(フーリエ解析)】

2. 関数 $f(x) = \mathrm{sgn}(x) + \cos \pi x + \sin 5\pi x \quad (-1 \leq x < 1)$ について以下の問に答えよ．
ただし，$\mathrm{sgn}(x)$ は

$$\mathrm{sgn}(x) = \begin{cases} -1 & (-1 \leq x < 0) \\ 1 & (0 \leq x < 1) \end{cases}$$

である．

1) ２つの実数 $\alpha$ と $\beta$ を用いて関数 $g(x) = \alpha \cos \pi x + \beta \sin 5\pi x$ を構成するとき，

$$E(\alpha, \beta) = \int_{-1}^{1} |f(x) - g(x)|^2 \, dx$$

を $\alpha$ と $\beta$ の２次関数として表せ．

2) $E(\alpha, \beta)$ が最小となるときの $\alpha$ と $\beta$ と $E(\alpha, \beta)$ の値を各々求めよ．

3) 上記の関数 $f(x)$ を用いて周期関数 $\tilde{f}(t)$ $(-\infty < t < \infty)$ を $\tilde{f}(x + 2m) = f(x)$ $(-1 \leq x < 1$, $m$ は任意の整数) のように定義する．$\tilde{f}(t)$ を $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos n\pi t + b_n \sin n\pi t)$ の形にフーリエ級数展開するとき，フーリエ係数 $a_n$ $(n = 0, 1, 2, \ldots)$ と $b_n$ $(n = 1, 2, \ldots)$ を各々求めよ．

4) 3) で求めた周期関数 $\tilde{f}(t)$ のフーリエ級数に現れる全ての項に $t = \frac{1}{2}$ と $t = 55$ と $t = 100$ を代入した場合の極限値

$$\begin{aligned} A &= \frac{a_0}{2} + \lim_{N \to \infty} \sum_{n=1}^{N} \left( a_n \cos \frac{1}{2} n\pi + b_n \sin \frac{1}{2} n\pi \right) \\ B &= \frac{a_0}{2} + \lim_{N \to \infty} \sum_{n=1}^{N} (a_n \cos 55 n\pi + b_n \sin 55 n\pi) \\ C &= \frac{a_0}{2} + \lim_{N \to \infty} \sum_{n=1}^{N} (a_n \cos 100 n\pi + b_n \sin 100 n\pi) \end{aligned}$$

を各々理由を付して求めよ．必要であれば,「フーリエ級数の各点収束定理」の結果を証明せずに用いてよい．

# 【応用数学(ラプラス変換)】

2.　関数 $x(t)$ のラプラス変換 $X(s)$ を $\mathcal{L}[x(t)]$ とし，$X(s)$ の逆ラプラス変換を $\mathcal{L}^{-1}[X(s)]$ と表す．このとき，以下の問に答えよ．

1) $x'(t) = \dfrac{d}{dt}x(t)$ のとき，$\mathcal{L}[x'(t)]$ を $\mathcal{L}[x(t)]$ を用いて表せ．

2) $f(t) = t\sin at$, $g(t) = t\cos at$ (ただし $a \neq 0$) のとき，$\mathcal{L}[f'(t)]$ を $\mathcal{L}[g(t)]$ を用いて表せ．

3) 1) と 2) の結果を用いて，$F(s) = \mathcal{L}[f(t)]$ および $G(s) = \mathcal{L}[g(t)]$ を求めよ．

4) $H(s) = \dfrac{1}{(s^2+a^2)^2}$ のとき，$H(s)$ を $F(s)$ で表し，これを利用して $h(t) = \mathcal{L}^{-1}[H(s)]$ を求めよ．

5) $y''(t) = \dfrac{d^2}{dt^2}y(t)$ である．初期条件 $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$ のとき，微分方程式

$$y''(t) + y(t) = \sin t$$

を，ラプラス変換を用いて解け．

## 【応用数学(複素関数論)】

**2.** $X$を正規分布に従う確率変数とする．$X$の期待値を$E(X)$と表す．実数$t$について$E(e^{tX})$が存在し，$E(e^{tX})$をモーメント母関数$M(t)$と呼ぶ．以下の問に答えよ．

1) $\left.\dfrac{d^2}{dt^2}M(t)\right|_{t=0} = E(X^2)$となることを示せ．

2) 標準正規分布$N(0,1)$に従う確率変数$X$のモーメント母関数を計算せよ．参考までに，標準正規分布の確率密度関数は，次式で与えられる．

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$$

3) 標準正規分布$N(0,1)$に従う確率変数$X$について，正の実数$\omega$を与えたとき，$j$を虚数単位（$j=\sqrt{-1}$）として，$E(e^{j\omega X})$を求めたい．これを求めるのにまず正の実数$a$を導入し，複素平面上に4点P$(-a,\ -j\omega)$，Q$(a,\ -j\omega)$，R$(a,\ 0)$，S$(-a,\ 0)$を考える．次に長方形の閉路$C$：P→Q→R→S→P上で，複素変数$z$の関数

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{z^2}{2}}$$

の積分を考え，$a\to\infty$の極限をとる．

a) $\oint_C f(z)dz$を求めよ．ただし，根拠も示せ．

b) 直線経路$C_3$：R→S上で　$\lim_{a\to\infty}\int_{C_3} f(z)dz = -1$　となることを示せ．

c) 直線経路$C_2$：Q→R，$C_4$：S→Pとする．$\lim_{a\to\infty}\int_{C_2} f(z)dz + \lim_{a\to\infty}\int_{C_4} f(z)dz$を計算せよ．

d) 直線経路$C_1$：P→Q上での$f(z)$の積分と，上記a)，b)，c）の結果から，$E(e^{j\omega X})$を計算せよ．

# 【情報通信理論(情報理論)】 1

5. 入力 $X$ および出力 $Y$ からなる無記憶通信路を考える．入力アルファベットと出力アルファベットをそれぞれ $\{a_1,\ldots,a_M\}$ と $\{b_1,\ldots,b_N\}$ で表す．ただし，$M$ と $N$ は2以上の整数とする．入力 $X$ が $a_i$ である条件のもとで出力 $Y$ が $b_j$ となる確率を $P(Y=b_j \mid X=a_i)$ とする．通信路行列 $W$ を次式により定義する．

$$W = \begin{pmatrix} P(Y=b_1 \mid X=a_1) & \cdots & P(Y=b_N \mid X=a_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ P(Y=b_1 \mid X=a_M) & \cdots & P(Y=b_N \mid X=a_M) \end{pmatrix} \tag{5.1}$$

エントロピーなどの情報量の単位はビットとする．以下の問に答えよ．

1) 入力 $X$ のエントロピー $H(X)$ を入力分布 $P(X=a_i)$ $(i=1,\ldots,M)$ を用いて表せ．

2) 条件付きエントロピー $H(Y|X)$ を入力分布 $P(X=a_i)$ $(i=1,\ldots,M)$ と条件付き確率 $P(Y=b_j \mid X=a_i)$ $(i=1,\ldots,M, j=1,\ldots,N)$ を用いて表せ．

3) 通信路行列が次の $W'$ で与えられるときの条件付きエントロピー $H(Y|X)$ を求めよ．ただし，$\alpha,\beta,\gamma>0$ かつ $\alpha+\beta+\gamma=1$ とする．

$$W' = \begin{pmatrix} \alpha & \beta & \gamma \\ \beta & \alpha & \gamma \end{pmatrix}$$

4) $W'$ のように，式(5.1)で表される通信路行列 $W$ の各行が1行目の要素を並べ替えた行となっている場合を考える．このときの条件付きエントロピー $H(Y|X)$ を求め，$H(Y|X)$ が入力分布 $P(X=a_i)$ $(i=1,\ldots,M)$ に依存しないことを証明せよ．

5) 式(5.1)で表される通信路行列 $W$ において $\sum_{i=1}^{M} P(Y=b_j \mid X=a_i)$ が $j=1,\ldots,N$ によらず一定であり，さらに各行が1行目の要素を並べ替えた行である場合を考える．

   a) 出力分布 $P(Y=b_j)$ $(j=1,\ldots,N)$ が一様分布となる入力分布 $P(X=a_i)$ $(i=1,\ldots,M)$ を1つ求めよ．また，その入力分布が与えられたときに出力分布が一様となることを示せ．

   b) アルファベット $\{b_1,\ldots,b_N\}$ 上で定義される確率変数 $Z$ を考える．$Z$ の分布が一様であるとき，$Z$ のエントロピー $H(Z)$ は最大となることを証明せよ．

   c) 通信路容量 $C$ を求めよ．ただし，導出過程を書き，導出には a) と b) の結果を利用せよ．

# 【情報通信理論(情報理論)】2

5. 以下の問に答えよ.

1) 情報源アルファベット $S = \{s_0, s_1, s_2\}$ を有し，情報源記号の生起確率が $p(s_0) = 7/10$, $p(s_1) = 2/10$ および $p(s_2) = 1/10$ である定常無記憶情報源の符号化を考える.

a) この情報源のエントロピー $H$ を求めよ．ただし，対数の底は 2 とし，小数点以下第 2 位まで求めよ．また，必要ならば $\log_2 7 = 2.807$, $\log_2 10 = 3.322$ とせよ.

b) 上記の情報源記号を 2 記号組み合わせて出力する 2 次拡大情報源を考える．このとき，情報源アルファベットは以下のように与えられる.

$$S^2 = \{s_0s_0,\ s_0s_1,\ s_0s_2,\ s_1s_0,\ s_1s_1,\ s_1s_2,\ s_2s_0,\ s_2s_1,\ s_2s_2\}$$

ただし，記号 $s_is_j (i, j \in \{0, 1, 2\})$ の生起確率は $p(s_is_j) = p(s_i)p(s_j)$ で与えられるものとする．この拡大情報源に対する 2 元ハフマン符号の木を作成せよ．ただし，木の葉には対応する記号と生起確率を明記せよ.

c) 上記の問題 b) のハフマン符号を用いたとき，情報源アルファベット $S^2$ の 1 記号あたりの平均符号長と，情報源アルファベット $S$ の 1 記号あたりの平均符号長を求めよ.

d) 情報源記号を $n$ 記号組み合わせて出力する $n$ 次拡大情報源を考える．ただし，$n$ は 2 以上の整数である．この $n$ 次拡大情報源に対して 2 元ハフマン符号を適用したとき，情報源アルファベット $S$ の 1 記号あたりの平均符号長と，情報源のエントロピー $H$ の関係を述べよ.

2) 誤り確率 $\varepsilon_1$ を有する 2 元対称通信路 BSC1 と，誤り確率 $\varepsilon_2$ を有する 2 元対称通信路 BSC2 を縦続接続した，図 5.1 に示す通信路 $C$ を考える.

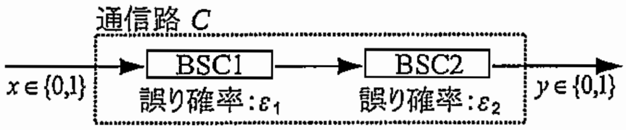



図 5.1　2 つの 2 元対称通信路を縦続接続した通信路 $C$

ここで，BSC1 に入力される記号を $x \in \{0, 1\}$，BSC2 から出力される記号を $y \in \{0, 1\}$ で表す.

a) 通信路 $C$ において，入力 $x = 0$ が与えられたとき，出力が $y = 1$ となる条件付き確率 $P_E$ を求めよ.

b) 通信路 $C$ の通信路容量を，$\varepsilon_1$ と $\varepsilon_2$ を用いて示せ.

c) 通信路 $C$ における誤りを訂正するため，図 5.2 に示すような通信路符号化を行う場合について考える.

# 【情報通信理論(情報理論)】2

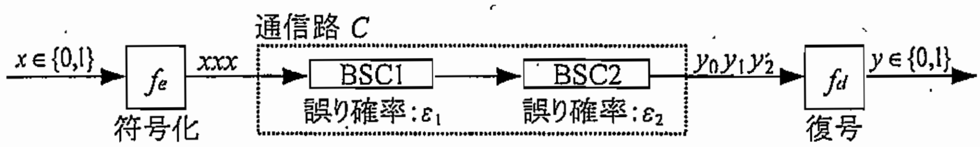



図 5.2 通信路 $C$ に対する通信路符号化

ここで，$x, y_0, y_1, y_2, y \in \{0, 1\}$ であり，符号化関数 $f_e$ は情報語 $x$ から長さ 3 ビットの繰り返し符号語を得るための関数として次のように定義する．

$$f_e(x) = xxx$$

また，復号関数 $f_d$ は，長さ 3 ビットの受信語 $y_0y_1y_2$ から復号語 $y$ を得るための関数であり，次のように定義する．

$$y = f_d(y_0y_1y_2) = \begin{cases} 0 & (y_0y_1y_2 \in \{000, 001, 010, 100\}) \\ 1 & (y_0y_1y_2 \in \{111, 110, 101, 011\}) \end{cases}$$

このような通信路符号化を用いたとき，情報語 $x$ と復号語 $y$ の間での誤り確率 $P(x \neq y)$ を，$P_E$ を用いて示せ．ただし，$x = 0$ である確率および $x = 1$ である確率はともに $1/2$ とする．

# 【情報通信理論(通信方式)】1

3. 時刻 $t$ の実関数である受信信号 $r(t)$ をサンプリングし，送信シンボル $b_0$ を判定する問題を考える．まず，$r(t)$ を

$$r(t) = b_0 a(t) + n(t) \tag{3.1}$$

と定める．ただし，$b_0$ は $\pm 1$ の 2 値をとる確率変数とし，$a(t)$ のフーリエ変換 $A(f) = \int_{-\infty}^{\infty} a(t) e^{-j2\pi ft} dt$ を

$$A(f) = \begin{cases} \frac{1}{2f_M} & |f| \le f_M \\ 0 & |f| > f_M \end{cases} \tag{3.2}$$

とする．ここで，$j$ は虚数単位，$f_M$ は $A(f)$ の最高周波数で正の定数である．また，$n(t)$ は雑音であり，時刻 $t$ によらず平均 0，分散 $\sigma^2$ のガウス分布に従うものとする．すなわち，$n(t)$ の確率密度関数 $p[n(t)]$ は

$$p[n(t)] = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{n(t)^2}{2\sigma^2}\right] \tag{3.3}$$

となる．なお，$n(t)$ と $b_0$ は統計的に独立と仮定する．以下の問に答えよ．

1) $a(t) = \int_{-\infty}^{\infty} A(f) e^{j2\pi ft} df$ である．$x$ が実数のとき，$\sin x = \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{2j}$ となることを用いて，$a(t)$ を $j$ を含まない形で求めよ．

2) $|a(t)|$ が最小となる時刻 $t$ の条件を求めよ．

3) $|a(t)|$ が最大となる時刻 $t$ を 1 つ求めよ．

4) $r(t)$ を用いて $b_0$ の信号判定を行う．ただし，$a(t) \neq 0$ を満たす時刻 $t$ に限る．$a(t)r(t) > 0$ のとき $b_0 = 1$，$a(t)r(t) \le 0$ のとき $b_0 = -1$ と判定する．$b_0 = 1$ の場合，$b_0$ の判定誤りが起きる確率 $P_{1e}$ は

$$P_{1e} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\sqrt{\gamma}}^{\infty} e^{-x^2} dx \tag{3.4}$$

となることを示せ．ただし，$\gamma = \frac{a(t)^2}{2\sigma^2}$ である．

同様に，$b_0 = -1$ の場合，$b_0$ の判定誤りが起きる確率 $P_{-1e}$ を求めよ．

5) $b_0 = 1$ となる確率を $q$ $(0 \le q \le 1)$ とする．$a(t) \neq 0$ を満たす時刻 $t$ において，$b_0$ の判定誤りが起きる確率 $P_e$ を求めよ．

6) $a(t) \neq 0$ を満たす時刻 $t$ のうち，$P_e$ を最小にする $t$ を求めよ．また，その理由についても説明せよ．

# 【情報通信理論(通信方式)】2

5. 雑音や遅延のない理想的なアナログ伝送路を用いてディジタルデータの伝送を行いたい．以下の問に答えよ．

1) 時間信号 $p(t)$ の周波数特性が $\frac{W}{2}$[Hz] に帯域制限されている信号 $P(f)$ が

$$P(f) = \begin{cases} \frac{1}{W} & (|f| \leq \frac{W}{2}) \\ 0 & (|f| > \frac{W}{2}) \end{cases}$$

のように与えられているとする．このとき $p(t)$ を求め，波形を図示せよ．

2) 1) で求めた $p(t)$ を用いて，ディジタルデータ $\delta_n \in \{0,1\}$ の系列 $(\cdots, \delta_{-2}, \delta_{-1}, \delta_0, \delta_1, \delta_2, \cdots)$ の伝送を

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta_n p(t - nT)$$

によって行う．このとき，任意のディジタルデータ系列 $(\cdots, \delta_{-2}, \delta_{-1}, \delta_0, \delta_1, \delta_2, \cdots)$ に対して $s(kT) = \delta_k$($k$ は任意の整数) が成立するために必要かつ十分な $T$ と $W$ の関係を求めよ．

3) 2) で述べた伝送方式によって伝送可能な最大伝送速度 [bit/s] を求めよ．

## 【情報通信理論(待ち行列理論)】

2. 4 台の装置が連続稼働して通信システムを制御している。これらの装置にはそれぞれ、平均して $\lambda$[回/時間] の割合でランダムに故障が発生する。2 台以上の装置が同時稼働しているとき、通信が可能となる。

技術者は、故障した装置を修理する。故障装置の修理は、1 台を 1 人で受け持つものとする。修理時間は、平均 $\frac{1}{\mu}$[時間] の指数分布に従う。

平衡状態にあるとき、以下の問題に答えよ。

1) 技術者が 1 名いる場合を考える。装置が $n$ 台故障中の状態を $S_n$ として、装置の故障率 $\lambda$、修理率 $\mu$ を用いると、状態遷移図は図 2.1 のように書ける。

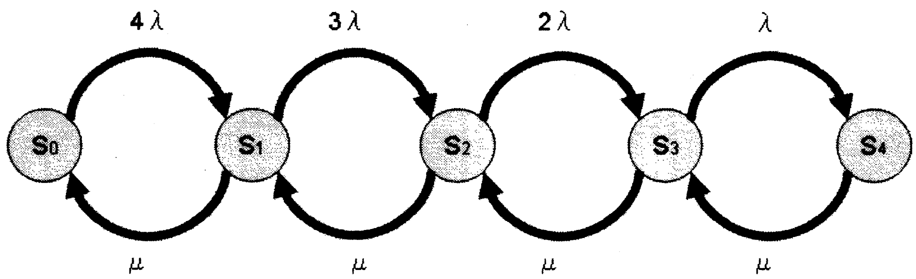



図 2.1

a) 装置が $n$ 台故障している確率を $p_1(n)$ としたとき、$0 \leq n < 4$ について $p_1(n)$ と $p_1(n+1)$ の関係を求めよ。

b) $p_1(n)$ を $p_1(0)$ を用いて表せ。

2) 技術者を 2 名に増やした場合を考える。

a) 装置が $n$ 台故障中の状態を $S_n$ として、状態遷移図を書け。

b) 装置が $n$ 台故障している確率 $p_2(n)$ を $p_2(0)$ を用いて $0 < n \leq 4$ のそれぞれについて表せ。

3) $\lambda = 1$, $\mu = 10$ のとき、この通信システムで 1 時間通信を行うと 50,000 円の利益が得られるものとする。技術者の時給が 1,000 円であるとき、次の問題に答えよ。解答時の有効数字は 3 桁とする。

a) 技術者が 1 名の時この通信路で 1 日のうち通信可能な時間 $T_1$ の値を求めよ。

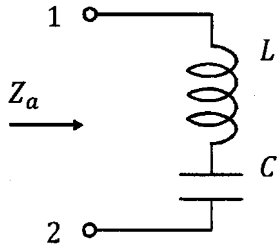
b) 技術者が 2 名の時この通信路で 1 日のうち通信可能な時間 $T_2$ の値を求めよ。

c) 技術者を 1 名から 2 名に増やすことにより 1 日あたりに生じる利益額もしくは損失額を求めよ。

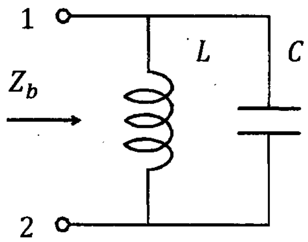
# 【回路理論・回路解析(交流回路)】

## [B-2]

(1) 図 B-2. 1 (a) 及び (b) の端子 1 及び 2 から見たインピーダンスをそれぞれ，$Z_a = R_a + jX_a$ ，$Z_b = R_b + jX_b$ とする．$X_a$ 及び $X_b$ を角周波数 ω の関数として図示せよ．$\omega > 0$ とし，作成した図中に共振角周波数 $\omega_0$ を明示すること．ここで，$j^2 = -1$ である．




図B-2. 1 (a)




図B-2. 1 (b)

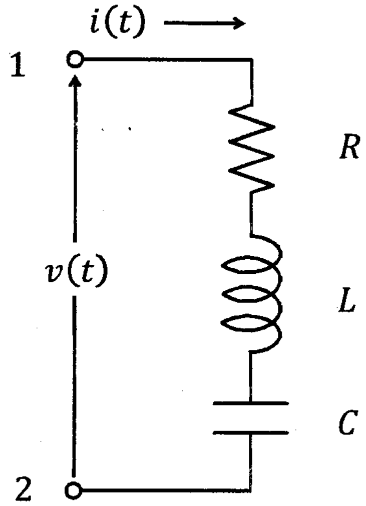
(2) 図 B-2. 2 (a) の回路について以下の設問に答えよ．

(a) 共振角周波数 $\omega_0$ を求めよ．

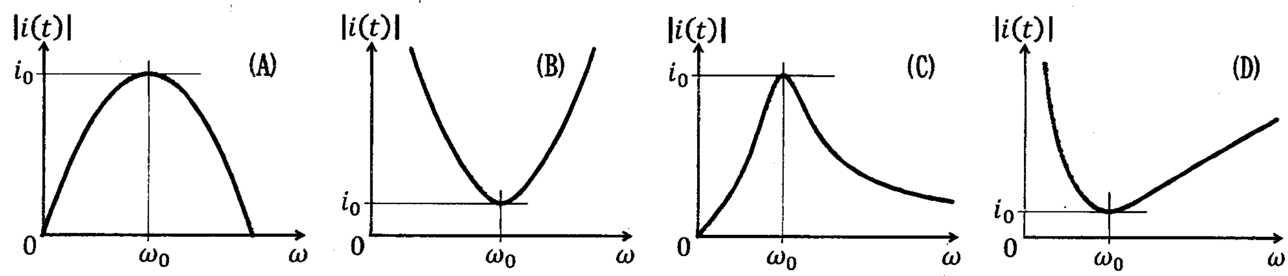
(b) 端子 1 及び 2 に $v(t) = V e^{j\omega t}$ の電圧を印加したときの電流 $i(t)$ の絶対値 $|i(t)|$ を角周波数 $\omega$ の関数として，横軸縦軸共に線形目盛りで描いたとしよう．図 B-2. 2 (b) の (A) ～ (D) のいずれが正しい図であるかを答えよ．また，その理由を簡単に述べよ．

(c) (b) の特性における共振角周波数 $\omega_0$ での電流 $i_0$ を求めよ．

(d) 共振角周波数 $\omega_0$ におけるインダクタ及びキャパシタそれぞれの両端の電圧の関係を簡単に述べよ．




図B-2. 2 (a)




図B-2. 2 (b)

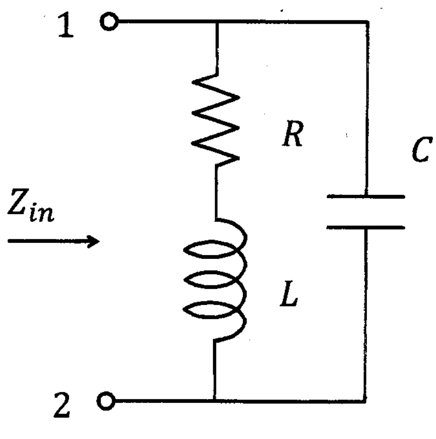
(3) 図 B-2. 3 の端子 1 及び 2 から見たインピーダンスを $Z_{in} = R_{in} + jX_{in}$ とする．

(a) $R_{in}$ 及び $X_{in}$ を $R$, $L$, $C$ 及び角周波数 $\omega$ を用いて表せ．

(b) $X_{in} = 0$ となる角周波数 $\omega_a$ を $R$, $L$, $C$ を用いて表せ．ただし，$CR^2/L < 1$とする．

(c) $\left|\frac{X_{in}}{R_{in}}\right|$ は，$0 < \omega \leq \omega_a$の範囲で最大値をとる．$\left|\frac{X_{in}}{R_{in}}\right|$ が最大になる角周波数 $\omega_{max}$ を $R$, $L$, $C$を用いて表せ．

(d) $0 < \omega \leq \omega_a$の範囲で，$\left|\frac{X_{in}}{R_{in}}\right|$ の概形を図示せよ．




図B-2. 3

# 【回路理論・回路解析(線形回路)】

4. 角周波数が $\omega$ である正弦波交流電圧を発生する内部抵抗を持つ電圧源がある．その複素表示された電圧 $V_S$ と内部抵抗の値 $R_S$ は一定であるとする．以下の問では，この電圧源に直接あるいはLC回路を介して接続される抵抗で消費される実効電力 (有効電力) を最大とするための条件について考える．ただし，$\omega$ とすべての素子値を正とする．また，図 4.1 において，抵抗値が $R$ である抵抗で消費される実効電力を $P$ とすると，$P$ は $P = R|I|^2 = |V|^2/R$ である．

1) 図 4.2 は内部抵抗を持つ電圧源に抵抗 $R_1$ を接続した回路である．以下の問に答えよ．
   a) 抵抗 $R_1$ の値を変えることにより，抵抗 $R_1$ で消費される実効電力 $P_1$ が最大となるときの $P_1$ を $R_S$ と $V_S$ を用いて表せ．
   b) 実効電力 $P_1$ が最大となるときの $R_1$ を $R_S$ を用いて表せ．

2) 図 4.3 は内部抵抗を持つ電圧源にLC回路を介して抵抗 $R_2$ を接続した回路であり，図 4.4 は図 4.3 の回路から内部抵抗とともに電圧源を取り去った回路である．以下の問に答えよ．
   a) 図 4.4 の端子 1 と端子 1' の間のインピーダンスを $Z_L$ とするとき，$Z_L$ を角周波数 $\omega$ の関数として $R_2$ と $L_2$ と $C_2$ を用いて表せ．
   b) 図 4.4 の $Z_L$ が実数となる $\omega$ を $R_2$ と $L_2$ と $C_2$ を用いて表せ．
   c) 図 4.3 において，抵抗 $R_2$ を流れる電流 $I_2$ は

$$I_2 = \frac{V_S}{(1 + j\omega C_2 R_S)X} \tag{4.1}$$

   であり，また，抵抗 $R_2$ で消費される実効電力 $P_2$ は

$$P_2 = \frac{R_2 |V_S|^2}{(1 + \omega^2 C_2^2 R_S^2)\left\{\left(\frac{R_S}{1 + \omega^2 C_2^2 R_S^2} + R_2\right)^2 + \omega^2 Y^2\right\}} \tag{4.2}$$

   である．ただし，$j$ は虚数単位である．$X$ と $Y$ を求めよ．
   d) 図 4.3 において $P_2$ が最大となるのは $Y = 0$ かつ $Z_L$ が実数で，さらに $R_2$ と $R_S$ がある大小関係を満たすときである．$R_2$ と $R_S$ の大小関係を根拠とともに示せ．

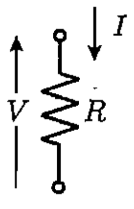



図 4.1

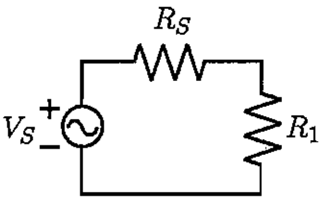



図 4.2

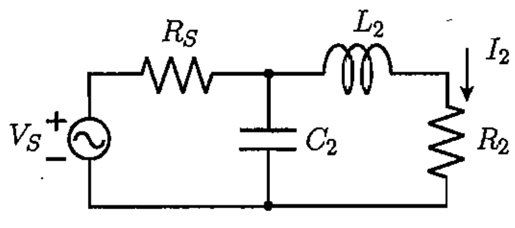



図 4.3

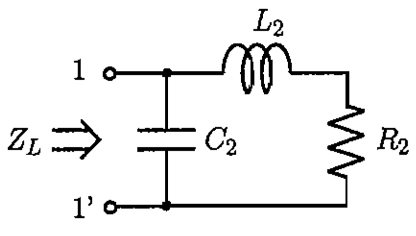



図 4.4

# 【回路理論・回路解析(電子回路)】

4.

図 4.1 に示す増幅回路について以下の問に答えよ．なお，この増幅回路において抵抗 $R_{S1}$ と $R_{S2}$，MOS トランジスタ $\mathrm{M}_1$ と $\mathrm{M}_2$ は常に同じ値，同じ特性を有しているものとする．また，電源電圧 $V_{DD}$ と $-V_{SS}$ はそれぞれ $V_{DD} = 1.5\mathrm{V}$，$-V_{SS} = -1.5\mathrm{V}$ であり，$R_{S1}$ と $R_{S2}$ はともに $25\mathrm{k}\Omega$ であるとする．さらに，すべての MOS トランジスタは飽和領域で動作し，MOS トランジスタのゲート・ソース間電圧 $V_{GS}$ とドレイン電流 $I_D$ を図 4.2(a) に示す通りに定義したとき，$I_D$ は

$$I_D = K(V_{GS} - V_T)^2$$

と与えられるものとする．ただし，この式において，$K$ と $V_T$ は定数であり，それぞれ $K = 80\mu\mathrm{S/V}$，$V_T = 0.50\mathrm{V}$ とする．さらに，MOS トランジスタの小信号等価回路は図 4.2(b) で与えられ，伝達コンダクタンス $g_m$ は

$$g_m = 2K(V_{GS} - V_T)$$

であるとする．

1) MOS トランジスタ $\mathrm{M}_1$ と $\mathrm{M}_2$ の直流ソース電位 $V_{S1}$ と $V_{S2}$ を求めよ．

2) MOS トランジスタ $\mathrm{M}_1$ と $\mathrm{M}_2$ の直流ドレイン電位 $V_{D1}$ と $V_{D2}$ がともに 0.50V となる抵抗 $R_{L1}$ と $R_{L2}$ を求めよ．

3) 抵抗 $R_{L1}$ と $R_{L2}$ が 2) で求めた値のとき，同相利得 $A_c = \dfrac{v_3 + v_4}{v_1 + v_2}$ を求めよ．

4) 抵抗 $R_{L1}$ と $R_{L2}$ が 2) で求めた値のとき，差動利得 $A_d = \dfrac{v_3 - v_4}{v_1 - v_2}$ が 4) で求めた同相利得 $A_c$ の 2.0 倍となる抵抗 $R_{S0}$ を $R_{S1}$(または $R_{S2}$) を用いて表せ．

5) 2) で求めた抵抗 $R_{L1}$ と $R_{L2}$ の値を $R_L$ とし，抵抗 $R_{L1}$ の値が $R_L + \Delta R/2$ に，抵抗 $R_{L2}$ の値が $R_L - \Delta R/2$ になったとする．このとき，入力 $v_1$ と $v_2$ に $v_1 = v_2 = v_c$ という同相成分だけを加えた場合にも，差動出力信号 $v_3 - v_4$ は零にはならない．このことを考慮し，同相-差動変換利得 $A_{c-d}$ を $A_{c-d} = \dfrac{v_3 - v_4}{v_c}$ と定義したとき，これまで求めた素子値を使って，$A_{c-d}$ の絶対値が 4) の差動利得 $A_d$ の絶対値の 1/100 以下となる $\Delta R$ の範囲を $R_L$ を用いて表せ．

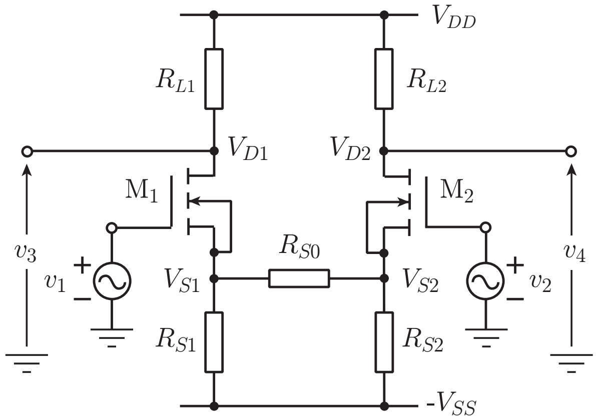



図 4.1 増幅回路

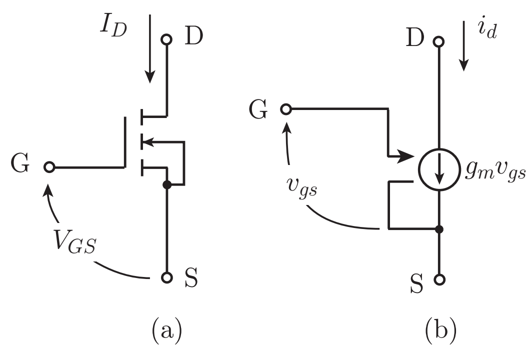



図 4.2 MOS トランジスタの記号とその小信号等価回路

# 【計算機・論理回路】1

## 4.

1) 以下の論理代数（ブール代数）の等式を証明せよ．ただし $x \vee y$ は $x$ と $y$ の論理和（OR），$xy$ は $x$ と $y$ の論理積（AND），$\overline{x}$ は $x$ の否定（NOT）を表す．

   a) $(x_1 \vee \overline{x_2})(x_2 \vee \overline{x_3})(x_3 \vee \overline{x_1}) = x_1x_2x_3 \vee \overline{x_1}\,\overline{x_2}\,\overline{x_3}$

   b) $(x_1 \vee \overline{x_2})(x_2 \vee \overline{x_3})\cdots(x_{n-1} \vee \overline{x_n})(x_n \vee \overline{x_1}) = x_1x_2\cdots x_n \vee \overline{x_1}\,\overline{x_2}\cdots\overline{x_n} \qquad (n \geq 2)$

2) 4進同期式カウンタを実現する順序回路の設計を考える．入力を $x$，出力を $y$ の各1ビット，現在の状態を $q_1\,q_0$，次の状態を $q_1'\,q_0'$ の各2ビットとする．初期状態は $q_1\,q_0 = 00$ とする．$x = 1$ が入力されるたびに，$q_1\,q_0$ の値は $00 \to 01 \to 10 \to 11 \to 00 \to \cdots$（以後，同じ繰り返し）と変化する．$x = 0$ の時，$q_1\,q_0$ の値は変化しない．$x = 1$ かつ $q_1\,q_0 = 11$ の時のみ $y = 1$ となり，それ以外では $y = 0$ とする．

表 4.1：カルノー図

| $x$ \ $q_1\,q_0$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | | | | |
| 1 | | | | |

   a) $q_1'$, $q_0'$, $y$ それぞれについて，$x, q_1, q_0$ によるカルノー図を示せ．カルノー図の作成には表4.1の形式を参考にせよ．

   b) a) の解を用いて，$x, q_1, q_0$ に関する NOT-AND-OR 形式（「積項の和」形式，積和標準形）で $q_1'$, $q_0'$, $y$ それぞれを表せ．ただし，項数が最小となるように簡単化すること．

   c) b) の解を用いて，順序回路図を示せ．2入力の NAND ゲート，3入力の NAND ゲート，および立ち上がり動作のエッジトリガ型 D フリップフロップのみを用いること．クロックへの入力は順序回路図では省略して良い．

3) メモリキャッシュについて，空欄 $\boxed{\text{A}}$ ～ $\boxed{\text{P}}$ に最も適切な語句を，図4.3の選択肢群から選んで，その番号を解答せよ．同じ選択肢を何度選んでも良い．

   a) メモリキャッシュは CPU とメモリの間に配置する記憶装置であり，メモリよりも小容量で高速に動作する．一般的にメモリアクセスには参照の $\boxed{\text{A}}$ があるため，メモリキャッシュにメモリ中のデータの一部を一時的に保存することで，全体の平均アクセス時間を向上させることができる．アクセスされたメモリがすぐに再度アクセスされる可能性が高いことを $\boxed{\text{B}}\boxed{\text{A}}$ といい，アクセスされたメモリと近い番地のメモリが，同時あるいはすぐにアクセスされる可能性が高いことを $\boxed{\text{C}}\boxed{\text{A}}$ という．

   b) メモリキャッシュの書き込み操作には大きく2つの方式がある．$\boxed{\text{D}}$ 方式は書き込み操作をメモリキャッシュとメモリの両方に同時に行うため，メモリキャッシュとメモリの内容が常に一貫しているが，書き込み速度は向上しない．一方，$\boxed{\text{E}}$ 方式はメモリキャッシュのみに書き込みを行い，メモリへの書き込みはフラッシュ時などに遅延して実行されるため，書き込み速度が向上する．

（次ページにつづく）

# 【計算機・論理回路】1

(前ページのつづき)

c) メモリ中のデータをメモリキャッシュのどこに格納することを許すか，すなわちメモリとメモリキャッシュの対応づけの違いで，大きく3つの方式がある． F 方式はあるメモリのデータの格納をメモリキャッシュの一箇所のみに許す（図4.2の①）． G 方式はメモリキャッシュ内で事前に限定された一部の複数箇所への格納を許し，その複数箇所から1つを選んで格納する（図4.2の②）． H 方式は全ての場所への格納を許し，1つを選んで格納する（図4.2の③）．この3つの方式のうち，一般的に最もキャッシュミスしやすいのは I 方式である．またキャッシュミスしない場合のアクセス時間が最も短いのは J 方式である．

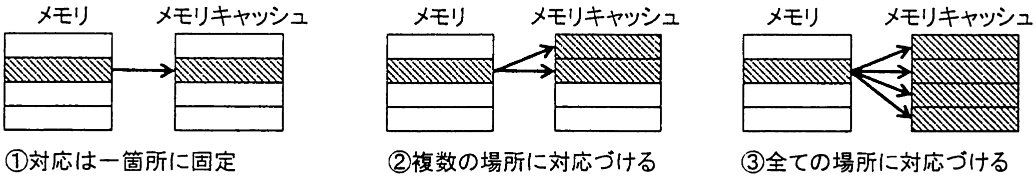



図4.2：メモリとメモリキャッシュの対応関係

d) キャッシュ置換アルゴリズムとは，メモリ中のデータを新たにメモリキャッシュに格納するために，メモリキャッシュ中から捨てるデータを選択するアルゴリズムのことであり，様々な方式がある． K は最近のある一定期間内のアクセス頻度が最少のデータを捨てる． L はメモリキャッシュにデータを格納した時刻が最も古いデータを捨てる． M は最後のアクセス時刻が最も古いデータを捨てる．

e) メモリ中のデータをメモリキャッシュに転送する方式には大きく2つの方式がある． N はプログラムがデータにアクセスしたときにそのデータを転送する．一方， O はプログラムがデータにアクセスする前にそのデータを転送する．この2つの方式のうち， B A が無く，次にアクセスするデータを予測しやすい処理の場合，例えば巨大な配列の各要素を先頭から逐次的に一回ずつアクセスする場合などは， P の方が性能の向上を期待できる．

(1) インダイレクト・マップ，(2) 完全性，(3) 局所性，(4) 空間的，(5) 健全性，(6) 構造的，(7) 時間的，(8) スワッピング，(9) 脆弱性，(10) セグメンテーション，(11) 絶対的，(12) セット・アソシアティブ，(13) 相対的，(14) ダイレクト・マップ，(15) デマンドフェッチ，(16) 透過性，(17) バッファリング，(18) ビジーウェイト，(19) 物理的，(20) プリフェッチ，(21) フル・アソシアティブ，(22) ページング，(23) ポーリング，(24) ライトスルー，(25) ライトバック，(26) ラウンドロビン，(27) ランダム，(28) 論理的，(29) 割り込み，(30) FIFO，(31) LFU，(32) LRU

図4.3：選択肢群

# 【計算機・論理回路】2

6. 図 6.1(a) で表す MOS トランジスタは，ゲート ($G$) が論理値 1 に対応する高電位の時にドレイン ($D$) とソース ($S$) 間が導通状態 (同一論理値) となり，それ以外は非導通状態となる．また，図 6.1(b) では，$G$ が論理値 0 に対応する低電位の時に $D$ と $S$ 間は導通状態となり，それ以外は非導通状態となる．この特性により，図 6.2 に示す回路 0 の入力 $A_0, B_0$ と出力 $X_0$ の真理値表 0 は表 6.1 となる．

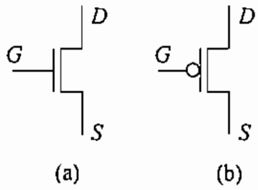



図 6.1 MOS トランジスタ

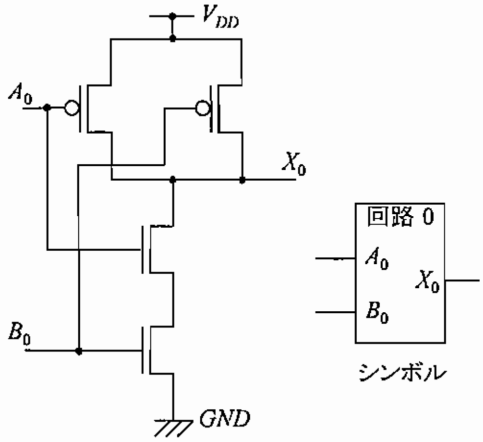



図 6.2 回路 0

表 6.1 真理値表 0

| $A_0$ | $B_0$ | $X_0$ |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

1) 回路 0 と同数の MOS トランジスタを用いて表 6.2 に示す真理値表 1 となる回路 1 の回路図を示せ．

表 6.2 真理値表 1

| $A_1$ | $B_1$ | $X_1$ |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 |

2) $A_2, B_2, C_2, D_2$ を入力，$X_2 = \overline{A_2 \vee (B_2 \wedge C_2 \wedge D_2)}$ を出力とする 8 個の MOS トランジスタを用いた回路 2 の回路図を示せ．

3) 図 6.3 の回路 3 の入力 $A_3, B_3, C_3$ に対する出力 $X_3$ の真理値表を示せ．

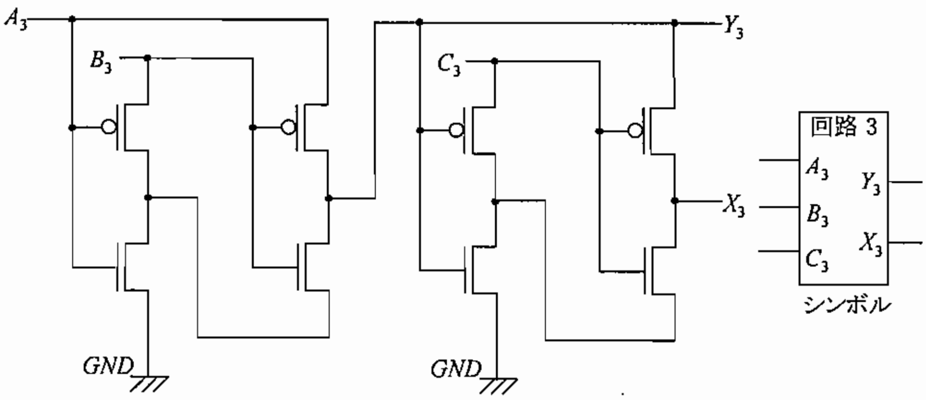



図 6.3 回路 3

(次ページにつづく)

# 【計算機・論理回路】2

(前ページのつづき)

4) $A_4, B_4, C_4, D_4$ を入力，$X_4$ を出力とする回路 4 を図 6.4 に示す．回路 3 の $A_3$ を回路 4 の $A_4$ につなぎ，同様に $B_3$ と $B_4$，$C_3$ と $C_4$，$Y_3$ と $D_4$ をつないだときの $X_4$ を，$A_3, B_3, C_3$ による最も簡略化された積和形の論理式で表せ．

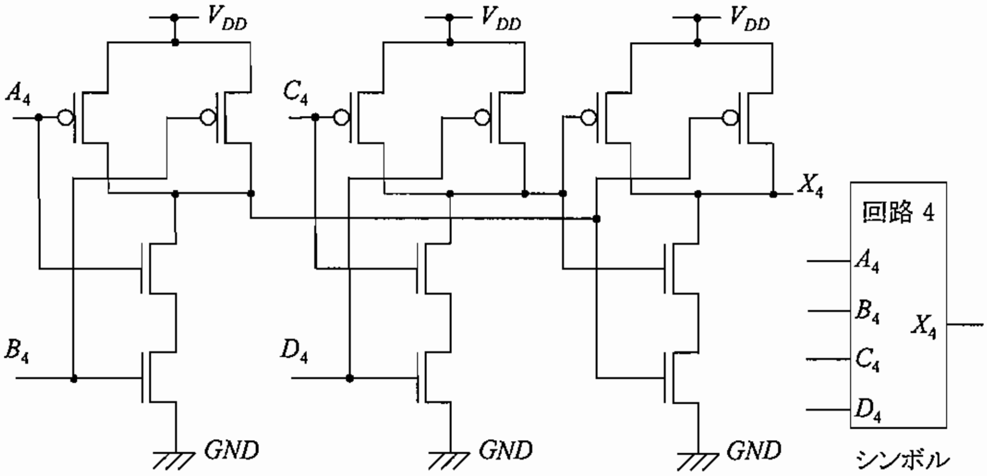



図 6.4 回路 4

5) $A_5, B_5, C_5$ を入力，$X_5, Y_5$ を出力とする図 6.5 の回路 5 において，(i) $A_5 = 1, B_5 = 0, C_5 = 1$ とした後の出力 $X_5$ の論理値，(ii) その後 $A_5 = 0, B_5 = 0, C_5 = 0$ とした後の出力 $X_5$ の論理値，(iii) さらにその後 $A_5 = 0, B_5 = 1, C_5 = 1$ とした後の出力 $X_5$ の論理値を示せ．

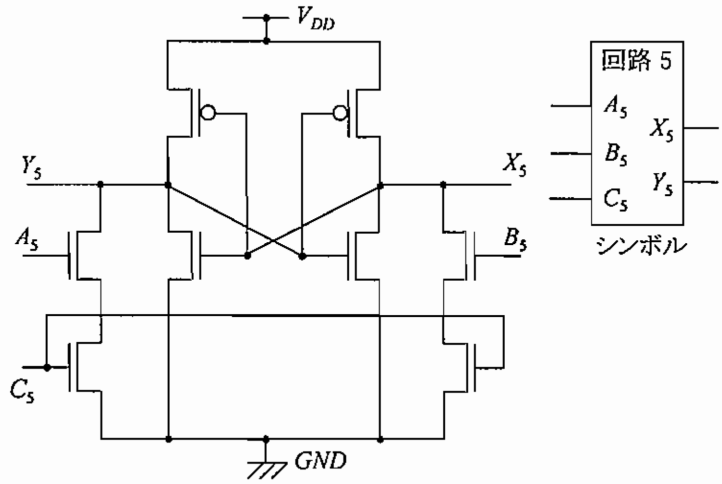



図 6.5 回路 5

6) $A_6, C_6$ を入力，$X_6$ を出力とし，回路 5 を 2 つ含んだマスタースレーブ構成のポジティブエッジトリガー型 D フリップフロップである回路 6 を考える．ここで，入力 $C_6$ にクロックを与えるものとする．回路 5 のシンボルとできるだけ少ない MOS トランジスタを用いて回路 6 を示せ．

7) $A_7, B_7, C_7$ を入力，$X_7$ を出力とする回路 7 を考える．入力 $C_7$ に与えるクロックに同期して 1 ビット毎に下位ビットから入力される 2 系列のシリアルデータ $a_0, a_1, ..., a_{n-1}$ と $b_0, b_1, ..., b_{n-1}$ を入力 $A_7$ と $B_7$ に与え，出力 $X_7$ からシリアルデータ $x_0, x_1, ..., x_{n-1}$ を出力する．ここで，2 つの符号無し 2 進数 $a_{n-1}...a_1a_0$ と $b_{n-1}...b_1b_0$ を算術加算した結果が $x_{n-1}...x_1x_0$ である．ただし，オーバーフローは起きないものとする．回路 0 から回路 6 の中で必要な回路のシンボルのみを用いて回路 7 を示せ．

**6.** 以下の問に答えよ.

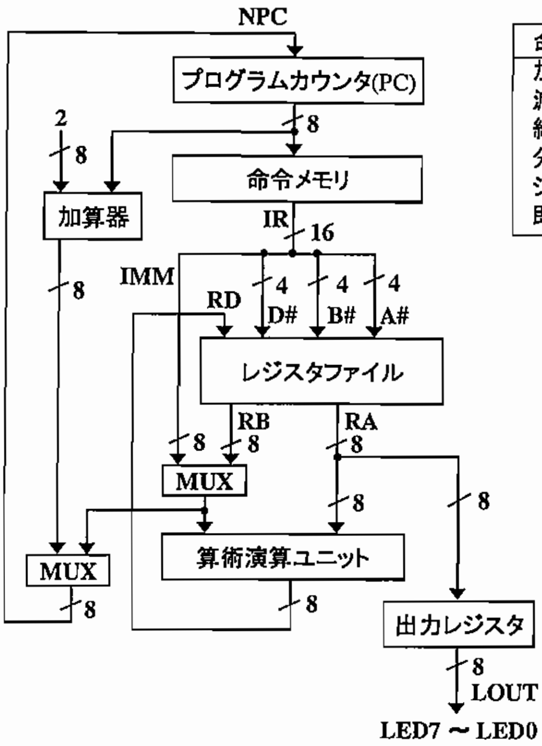



図6.1

| 命令 | ニーモニック形式 | レジスタ転送式 |
|---|---|---|
| 加算 | ADD RD, RB, RA | R[D#] ← R[B#] + R[A#] |
| 減算 | SUB RD, RB, RA | R[D#] ← R[B#] - R[A#] |
| 結果出力 | OUT RA | 出力レジスタ ← R[A#] |
| 分岐 | B RB, RA | if(R[A#]!=0) PC ← R[B#] |
| ジャンプ | J IMM | PC ← IMM |
| 即値設定 | SET RD, IMM | R[D#] ← IMM |

図6.2

| | 15 | | | 0 |
|---|---|---|---|---|
| 命令形式I | Opcode | D# | B# | A# |
| 命令形式II | Opcode | D# | IMM | |

図6.3

1) 図 6.1 に示す 8 ビットプロセッサを用いて，8 個の LED(発光ダイオード) を制御する．このプロセッサの主な構成要素は，16 ビット幅の命令 128 個を格納できる命令メモリ，8 ビット幅のレジスタ 16 個 (R0〜R15) を含むレジスタファイル，算術演算ユニットである．プログラムカウンタ，出力レジスタ，レジスタファイルに含まれる全てのレジスタはクロックの立ち上がりのタイミングで更新され，それらの初期値を 0 とする．

図 6.2 に命令仕様を示す．ニーモニック形式では，RD, RB, RA はそれぞれデスティネーションレジスタ，ソースレジスタ B, ソースレジスタ A を表し，R0〜R15 の任意のレジスタを指定できる．レジスタ転送式では，D#はデスティネーションレジスタの番号，B#はソースレジスタ B の番号，A#はソースレジスタ A の番号を表す．レジスタ転送式における R[$n$] はレジスタ番号 $n$ で指定されるレジスタが保持するデータを表す．左矢印記号←はデータ転送である．IMM は命令に含まれる 8 ビット即値である．即値とレジスタファイルに格納される値は符号無し整数とする．

結果出力命令は RA の値を出力レジスタに書き込み，書き込まれた値の各ビットが LED7〜LED0 として出力される．ジャンプ命令は即値 IMM をプログラムカウンタに転送する．分岐命令は，RA の値が 0 でない場合に RB の値をプログラムカウンタに転送し，そうでない場合にプログラムカウンタの値に 2 を加算する．ジャンプと分岐を除く命令では，プログラムカウンタの値に 2 を加算する．

図 6.3 に命令形式を示す．加算，減算，結果出力，分岐の各命令は命令形式 I，ジャンプ，即値設定は命令形式 II を採用する．

(次ページにつづく)

# 【計算機・論理回路】3

（前ページのつづき）

| | LED7 | LED6 | LED5 | LED4 | LED3 | LED2 | LED1 | LED0 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Clock 3 | ○ | ○ | ○ | ● | ○ | ○ | ○ | ● |
| Clock 6 | ○ | ○ | ● | ○ | ○ | ○ | ● | ○ |
| Clock 9 | ○ | ● | ○ | ○ | ○ | ● | ○ | ○ |
| Clock 12 | ● | ○ | ○ | ○ | ● | ○ | ○ | ○ |
| Clock 15 | ○ | ○ | ○ | ● | ○ | ○ | ○ | ● |
| Clock 18 | ○ | ○ | ● | ○ | ○ | ○ | ● | ○ |
| Clock 21 | ○ | ● | ○ | ○ | ○ | ● | ○ | ○ |
| Clock 24 | ● | ○ | ○ | ○ | ● | ○ | ○ | ○ |

図6.4

```
00: SET R10, 11
02: OUT R10
04: ADD R10, R10, R10
06: J 08
08: OUT R10
0a: [          (ア)          ]
0c: J 0e
0e: OUT R10
10: [          (イ)          ]
12: J 14
14: OUT R10
16: J 00
```

図6.5

| | A# | B# | D# | RA | RB | RD | NPC | LOUT |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Clock 1 | – | – | a | – | – | 11 | 02 | 00 |
| Clock 2 | a | – | – | 11 | – | – | 04 | 00 |
| Clock 3 | a | a | a | 11 | 11 | 22 | 06 | 11 |

図6.6

(a) 図 6.4 のパターンで LED の点滅を繰り返すプログラムを考える．出力 LED0〜LED7 が 8 個の LED を制御する．出力レジスタの LSB が LED0 に対応する．

各出力のビットが 1 の時に LED が点灯し，これを記号●を用いて表す．0 の時に LED が消灯し，これを記号○を用いて表す．図 6.5 は，図 6.4 の点滅を実現するプログラムである．行頭の数字はアドレスである．即値は 16 進数で記述している．空欄 (ア),(イ) を埋めよ．

(b) 図 6.5 のプログラムを実行する時，4 クロック目 (アドレス 06 のジャンプ命令が実行される) から 12 クロック目までの 9 命令の，図 6.1 における A#, B#, D#, RA, RB, RD, NPC, LOUT の値を 16 進数で示せ．NPC はプログラムカウンタの入力, LOUT は出力レジスタの出力である．図 6.6 に 1 から 3 クロック目の値を示す．同様の形式にて回答すること．NPC と LOUT を除き，命令実行において意味を持たない箇所には記号 – を記入すること．

（次ページにつづく）

# 【計算機・論理回路】3

（前ページのつづき）

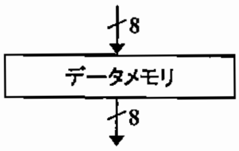



図6.7

| 命令 | ニーモニック形式 | レジスタ転送式 |
|---|---|---|
| 加算 | ADD RD, RB, RA | R[D#] ← R[B#] + R[A#] |
| 減算 | SUB RD, RB, RA | R[D#] ← R[B#] - R[A#] |
| 結果出力 | OUT RA | 出力レジスタ ← R[A#] |
| 分岐 | B RB, RA | if(R[A#]!=0) PC ← R[B#] |
| ジャンプ | J IMM | PC ← IMM |
| 即値設定 | SET RD, IMM | R[D#] ← IMM |
| ロード | LD RD, RB, RA | R[D#] ← M[R[B#] + R[A#]] |

図6.8

命令メモリ

```
00: SET R1,  01
02: SET R2,  02
04: SET R13, 20
06: SET R14, 0c
08: SET R10, 08
0a: SET R11, 01
0c: LD  R8,  R13, R11
0e: OUT R8
10: ADD R11, R11, R2
12: SUB R10, R10, R1
14: B   R14, R10
16: J   08
```

データメモリ

```
20: 01
21: 10
22: 02
23: 28
24: 04
25: 44
26: 08
27: 44
28: 10
29: 7c
2a: 20
2b: 44
2c: 40
2d: 44
2e: 80
2f: 00
```

図6.9

2) 図 6.7 に示す 8 ビットのデータ 256 個を格納できるデータメモリからレジスタにデータをロードするロード命令を追加する．図 6.8 は，図 6.2 にロード命令を加えた命令仕様である．レジスタ転送式における M[$a$] はデータメモリのアドレス $a$ に格納されているデータを表す．

(a) 図 6.1 を修正して，この仕様のプロセッサの全体構成を図示せよ．

(b) このプロセッサで図 6.9 のプログラムを実行する．9, 14, 19, 24, 72, 77, 82, 87 クロック目における LED の点灯の様子を図 6.4 と同様の形式で示せ．

# 【アルゴリズム・プログラミング】1

**7.** 以下のような条件 (A), (B) を満たす 2 分木を考える.

(A) 子節点が存在する全ての節点について，その節点の値が子節点の値より大きいか等しい.

(B) 一番深いレベル以外は節点が全て詰まっており，一番深いレベルでは節点が左に詰まっている.

このような木を以下ではヒープ木と呼ぶ．ヒープ木を幅優先で左から走査しながら節点の値を順番に格納した配列を以下ではヒープ配列と呼ぶ．配列の添字は 0 から始まるものとし，n 個の要素からなる配列 b を b[0..n-1] と表記する．図 7.1 は，ヒープ木の例とそれに対応するヒープ配列 c[0..9] である.

1) b[0..n-1] をヒープ配列として，それに対応するヒープ木を T とする.

a) T の高さを h とするとき，n の最大値を h で表せ．ここで木の高さとは，根節点と一番深いレベルの節点間にある枝の数とする．例えば，図 7.1 のヒープ木は高さ 3 である.

b) T において節点 p の左の子節点を q, 右の子節点を r とし，p, q, r がそれぞれ b[s], b[t], b[u] に対応するとき，t と u を s で表せ.

c) b[0..n-1] における n 個の要素が相異なる値を持ち，その最大値と最小値を持つ要素をそれぞれ b[v], b[w] とするとき，v と w それぞれの値もしくは値の範囲を答えよ.

2) ヒープ配列からは最大の要素を効率良く取り出すことができるので，最大の要素を取り出し，<u>それを除いた配列をヒープ配列として構成する処理</u>を繰り返すことによって，要素を大きい順に次々と取り出すことができる．この考えを応用したデータ整列のアルゴリズムはヒープソートと呼ばれる．図 7.2 はヒープソートを実装した C 言語の関数である.

a) func1 は上記の下線部を実行する関数である．以下の説明を読んで，図 7.2 の空欄 $\boxed{ア}$, $\boxed{イ}$, $\boxed{ウ}$ を埋めよ.

最大要素の取り出しとヒープ配列の構成について，図 7.1 を用いて説明する．まず，c[0] と c[9] の値を交換して最大の要素を c[9] に格納する．これは，図 7.1 のヒープ木において根節点の「12」と葉節点の「3」を交換することに対応する．次に，c[9] を除く c[0..8] をヒープ配列として構成する．この処理は func1(c,0,8) を呼び出すことで実行される．図 7.3 はこの処理を木構造で示しており，(i), (ii), (iii) の各段階において値が「3」に更新された節点を x と呼ぶ．図 7.3 (i) では，x とその子節点以外の親子は条件 (A) を満たしているので，x とその子節点が条件 (A) を満たすかどうか調べて，満たさない場合は x と子節点の値を交換する．ここで，x と値を交換するのは，2 つ存在する子節点のうち値が大きい方だけである．図 7.3 (ii) でも (i) と同様の処理を行う．x とその子節点が条件 (A) を満たすか，図 7.3 (iii) のように x に子節点が存在しなければ処理を終了する.

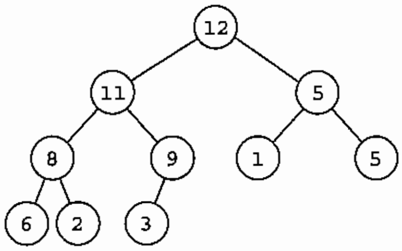
b) func1 は，図 7.3 のように x とその子節点以外の親子が条件 (A) を満たすことを前提としている．func2 は，そのような前提が成り立たない場合でも func1 を使用して，与えられた配列をヒープ配列として構成する関数である．func2 の第 1 引数と第 2 引数には，それぞれ配列とその要素数を与える．図 7.2 の空欄 $\boxed{エ}$, $\boxed{オ}$, $\boxed{カ}$ を埋めよ.

c) func3 は，与えられた配列をヒープソートによって昇順に整列する関数である．func3 の第 1 引数と第 2 引数には，それぞれ配列とその要素数を与える．図 7.2 の関数を可能な限り使用して，図 7.2 の空欄 $\boxed{キ}$, $\boxed{ク}$, $\boxed{ケ}$ を埋めよ.

（次ページにつづく）

# 【アルゴリズム・プログラミング】1

（前ページのつづき）




| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| c | 12 | 11 | 5 | 8 | 9 | 1 | 5 | 6 | 2 | 3 |
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |

図 7.1: ヒープ木とヒープ配列の例

```
void swap(int a[], int i, int j) {
  int k;
  k = a[i]; a[i] = a[j]; a[j] = k;
}

void func1(int a[], int i, int j) {
  int k;
  while ((k = [ア]) <= j) {
    if (k < j && [イ]) {
      k++;
    }
    if (a[i] >= a[k]) {
      break;
    }
    swap(a, i, k);
    [ウ];
  }
}

void func2(int a[], int m) {
  int i;
  for ([エ]; [オ]; i--) {
    func1(a, i, [カ]);
  }
}

void func3(int a[], int m) {
  [キ];
  while (m > 1) {
    [ク];
    func1(a, [ケ], m - 2);
    m--;
  }
}
```

図 7.2: ヒープソートの関数

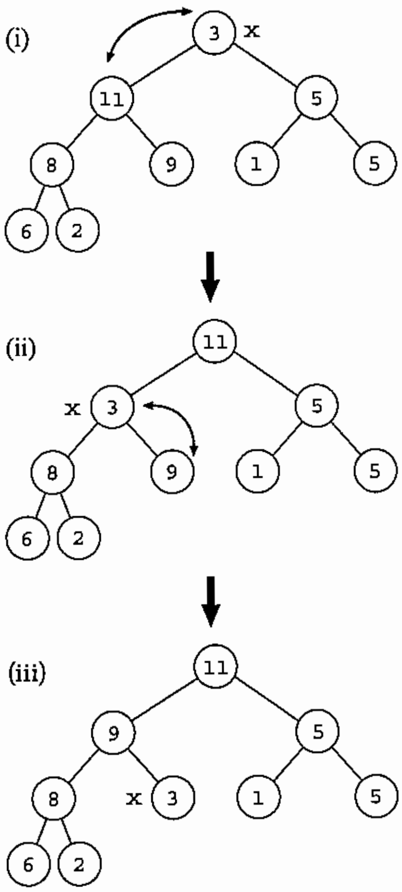



図 7.3: ヒープ木を構成する例

## 【アルゴリズム・プログラミング】2

7. 図7.1のCプログラムを読んで問に答えよ.

```
 1: #include <stdio.h>
 2: int a[1024];
 3:
 4: void printa(int n) {
 5:     int i;
 6:     if (n > 0) printf("%d", a[0]);
 7:     for (i = 1; i < n; i++)
 8:         printf(", %d", a[i]);
 9:     printf("\n");
10: }
11:
12: int check(int x, int y) {
13:     int k;
14:     for (k = 0; k < x; k++) {
15:         if (a[k] == y)
16:             return 0;
17:     }
18:     return 1;
19: }
20:
21: void f(int n, int x) {
22:     if (x >= n) {
23:         printa(n);
24:     }
25:     else {
26:         int y = 0;
27:         while (y < n) {
28:             if (check(x, y)) {
29:                 a[x] = y;
30:                 f(n, x + 1);
31:             }
32:             y = y + 1;
33:         }
34:     }
35: }
36:
37: int main(void) {
38:     f(3, 0);
39:     return 0;
40: }
```

図7.1

1) 図7.1のプログラムをコンパイルして実行したところ,図7.2のような出力を得た.出力の各行は関数printaの呼び出しに対応している.この実行ではprintaは6回呼び出され,それぞれの呼び出しにおいて0, 1, 2 〜 2, 1, 0という長さ3の数列を出力している.では,この実行において関数fは何回呼ばれたかを答えよ.ただし関数mainによる最初の呼び出しを含めるものとする.

```
0, 1, 2
0, 2, 1
1, 0, 2
1, 2, 0
2, 0, 1
2, 1, 0
```

図7.2

2) 図7.1の38行目にある関数fの呼び出しをf(4, 0)に変更して実行したところ,出力の中に図7.3のような行があった.

```
1, 0, 3, 2
```

図7.3

a) これは出力の何行目に当たるかを答えよ.

b) この出力が行われた時点で関数fは何回呼ばれているかを答えよ.ただし関数mainによる最初の呼び出しを含めるものとする.終了していない呼び出しがある場合はその回数も含めること.

3) $n$を$0 \leq n < 1024$をみたす整数とする.関数fをf($n$, 0)という形で呼び出したときの関数fの総呼び出し回数を$T_n$とする.$T_n$について以下の漸化式がなりたつよう,空欄$\boxed{A}$および$\boxed{B}$に入る式を答えよ.

$$
\begin{aligned}
T_0 &= 1 \\
T_{n+1} &= (\boxed{\quad A \quad})\,T_n + \boxed{\quad B \quad}
\end{aligned}
$$

(次ページにつづく)

(前ページのつづき)

4)　図 7.1 の関数 check を図 7.4 のものに変更して，$n$-クイーン問題の解を列挙するプログラムを作成した．空欄 $\boxed{C}$ および $\boxed{D}$ に入る式を答え，なぜそれらの式になったかを説明せよ．

$n$-クイーン問題とは，大きさ $n \times n$ のチェス盤上に $n$ 個のクイーンを互いの効き筋上にないように配置する全ての方法を列挙する問題である．ここでは線対称および回転対称となる解同士は別のものとみなす．チェスのクイーンの効き筋は，縦，横および斜め 45° 方向の任意の場所である (図 7.5)．修正したプログラムの出力の各行は解となるクイーンの配置を表す．ある行が $p_0, p_1, \ldots, p_{n-1}$ $(0 \leq p_i < n)$ という数列であるとき，この数列は $0 \leq i < n$ をみたす各 $i$ について座標 $(i, p_i)$ にクイーンが配置されていることを表している．例えば図 7.5 の配置は 0，2，4，1，3 という行で表される．

5)　組込み系ソフトウェア会社に勤務するプログラマ A 氏が業務で図 7.1 の関数 f を書いたところ，会社から関数の再帰呼び出しの使用禁止を命ぜられた．そこで A 氏は，再帰呼び出しを用いずに元と同じ動作をするよう関数 f を書き直した．書き直した関数 f を図 7.6 に示す．この関数を f($n$, 0) という形で呼び出すと，図 7.1 の関数 f を同じ引数で呼び出した場合と同じ出力を得ることができる．

a) 空欄 $\boxed{E}$ および $\boxed{F}$ に入る式を書け．

b) 一般に関数定義において再帰呼び出しを使うことの利点と欠点を理由と共に述べよ．利点と欠点はそれぞれ 2 つずつ挙げること．

```
int check(int x, int y) {
    int k;
    for (k = 0; k < x; k++) {
        if (a[k] == y ||
            a[k] == [    C    ] ||
            a[k] == [    D    ] )
            return 0;
    }
    return 1;
}
```

図7.4

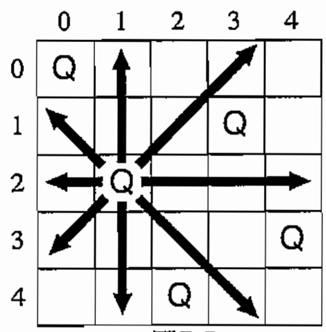



図7.5

```
void f(int n, int x) {
    int y = 0;
    while (1) {
        while (y < n) {
            if (check(x, y)) {
                a[x] = y;
                x = x + 1;
                if (x >= n) {
                    printa(n);
                    goto backtrack;
                }
                y = [    E    ];
            }
            else {
                y = y + 1;
            }
        }
    backtrack:
        x = x - 1;
        if (x < 0) return;
        y = [    F    ];
    }
}
```

図7.6

# 【物理学基礎】1

## [B-1]

図 B-1.1 に示すように半径 $a$ の球導体 A と同心に内径 $b$ の球殻導体 B が配置されている(以下，それぞれ導体 A および導体 B と呼ぶ)．この導体間に，導体 A および導体 B の中心を通る平面を境界として，誘電率$\varepsilon_1$ の誘電体 1 と誘電率$\varepsilon_2$ の誘電体 2 が内包されている．誘電体 1 および誘電体 2 の領域をそれぞれ領域 1 および領域 2 と呼ぶことにする．導体 A に電荷 $Q(>0)$を与え，導体 B は接地してある．領域 1 と領域 2 との境界面に真電荷は存在しないとして，導体 A および導体 B の表面における真電荷密度はそれぞれの領域で均一に分布しているとする．真空の誘電率を$\varepsilon_0$，また$\varepsilon_1>\varepsilon_2$ として，以下の問に答えよ.

(1) 領域 1 および領域 2 における電界強度をそれぞれ $E_1(r)$と $E_2(r)$とする．領域 1 と領域 2 の境界面における $E_1(r)$と $E_2(r)$の間に成り立つ関係を示せ．ただし，$r$ は球導体の中心からの半径方向の距離とする.

(2) 領域 1 および領域 2 における電束密度と電界強度を求めよ.

(3) 導体 A の表面における単位面積あたりの真電荷密度を領域 1 および領域 2 についてそれぞれ求めよ.

(4) 導体 A と誘電体の接触面における単位面積あたりの分極電荷密度を領域 1 および領域 2 についてそれぞれ求めよ.

(5) 導体 A と誘電体の接触面における全電荷（真電荷と分極電荷の和）を $Q'$としたとき，導体間の電界強度を $Q'$を用いて表せ.

(6) 導体 A と導体 B の間の静電容量を求めよ.

(7) 導体Aの表面に働く単位面積当たりの力を領域1および領域2についてそれぞれ求めよ．また，導体 A に働く力を求め，その方向も答えよ．ただし，領域 1 と領域 2 の境界面に垂直な方向を z 方向とし，領域 2 から 1 に向かう向きを正とする.

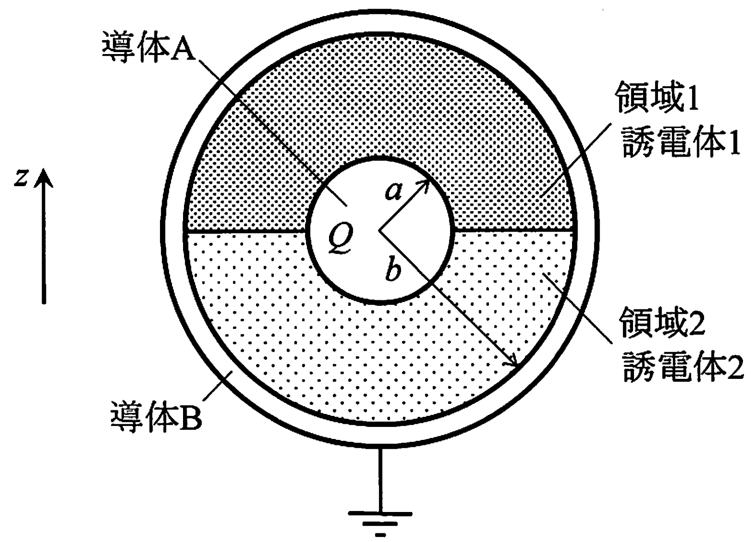



図 B-1.1

# 【物理学基礎】2

## [B−1]

以下の設問に答えよ．ただし導線の太さは無視できるほど細いと仮定する．

(1) 図 B-1.1 に示す有限の長さ $l$ の直線状導線 AB に電流 $I$ を流したとき，導線から距離 $d$ の点 P の磁界の大きさ $H$ を求めたい．

(a) 図 B-1.1 の線素片 $\mathrm{d}s$ が点 P に作る磁界の大きさ $\mathrm{d}H$ と方向を求めよ．導出の際に図 B-1.1 に示す $s$，$r$，$d$，$\theta$ 間の関係を用い，$d$，$I$，$\theta$，$\mathrm{d}\theta$ のみで答えよ．

(b) (a)で求めた $\mathrm{d}H$ を，$\mathrm{d}s$ が点 A および点 P に対してなす角 $\theta$ について積分することにより，導線 AB 全体が点 P に作る磁界の大きさ $H$ を求めよ．ただし $\angle PAB = \theta_1$，$\angle PBA = \theta_2$ とする．

(c) 導線長 $l$ を無限長としたときの磁界の大きさ $H$ を求めよ．

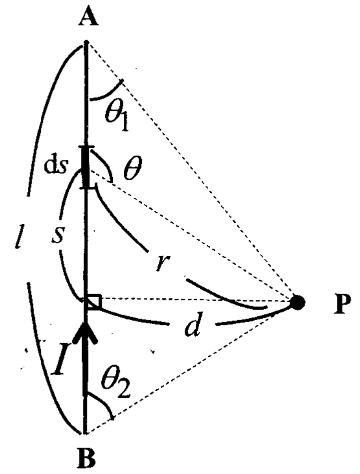


図 B-1.1

(2) 次に，図 B-1.2 に示す長さ $l$ の直線状導線ABに対して平行に，長さ $l$ の直線状導線 CD を間隔 $d$ で配置し，導線 AB に電流 $I_1$，導線 CD に電流 $I_2$ を矢印の向きに流した．導線 CD 上の点 X に作る磁界の大きさは(1)(b)で与えられる．DX の長さを $x$ とし，線素片 $\mathrm{d}x$ に加わる力を導線の全長に対して積分することにより，導線 CD に加わる力 $F$ を求めよ．必要に応じて，

$$\int_0^k \frac{x+a}{\sqrt{(x+a)^2+b^2}}\,\mathrm{d}x = \sqrt{(k+a)^2+b^2} - \sqrt{a^2+b^2}$$

を用いてよい（$k, a, b$ は定数）．

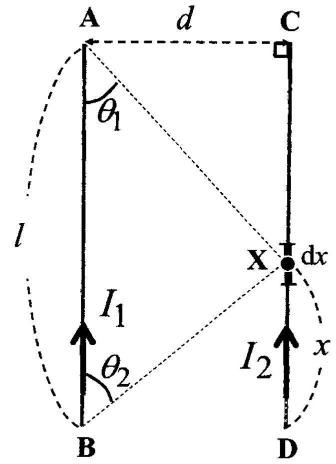


図 B-1.2

(3) 図 B-1.3 に示すように，一辺の長さ $l$ の正方形状導線の 1 辺に平行に無限長の直線状導線が間隔 $d$ で配置されている．

(a) 無限長導線と正方形状導線の間の相互インダクタンス $M$ を求めよ．

(b) 直線状導線と正方形状導線それぞれに，図 B-1.3 に示す向きに一定の電流 $I_1$ および $I_2$ を流したとき，両者の間に働く力 $F$ を求め，その向きを答えよ．

(c) (b)の力によって正方形状導線が動いたとき，正方形状導線に発生する誘導電流の向きを答えよ．

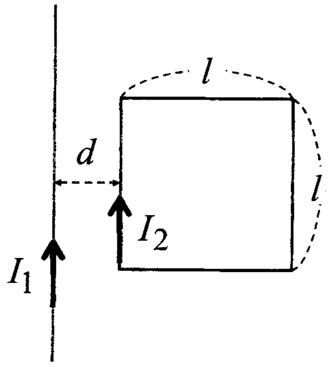


図 B-1.3

(d) 図 B-1.3 の系には(b)の電流および相互インダクタンス $M$ によりエネルギーが蓄えられる．このエネルギーは，(b)の力によって正方形状導線が動いたとき，どのように変化するか（あるいは変化しないか）．また変化する場合，そのエネルギーはどこからどこへ移動するかを答えよ．ただし，電流 $I_1$ および $I_2$ は常に一定値を保つように調整されているものとする．