

平成 29 年 4 月入学及び平成 28 年 9 月入学  
大学院修士課程・専門職学位課程入学試験

環境・社会理工学院 土木・環境工学系

筆答専門試験科目

想 定 問 題

平成 28 年 1 月

東京工業大学

- ※ 出題される分野、問題数等本想定問題の内容は、実際の試験問題とは異なる場合があります。
- ※ 各系の試験概要については、2月上旬に公表予定です。
- ※ 本入学試験にかかる募集要項は、4月上旬に本学ホームページで公表し、志願票等を含む冊子を5月上旬より配布する予定です。

# 共通科目（午前）

## 建築学系、土木・環境工学系

### 注意事項

1. 問題用紙は、全部で\*枚ある
2. 問題 I, II, III, IV の内から 1 題を選択し、選択した問題の全てに回答すること。

### 問題 I (建築学)

I-1 以下のそれぞれの項目について、100 字程度で建築史的な説明を記しなさい。

- a) 書院造り    b) 古代ローマの大浴場    c) バウハウス・デッサウ校舎

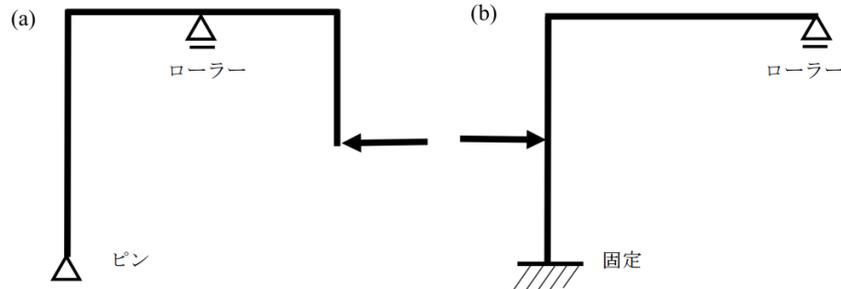
I-2 以下の問いに答えなさい。

同一敷地内に RC 造地上 2 階建ての住居が 5m 離れて 2 棟建っています。各棟には、老夫婦とその息子夫婦が住んでいます。どちらも居間が 2 階にあることから、利便性の向上のため 2 階で幅 1200 mm 程度の水平なブリッジを架けたいという依頼が設計者にありました。ブリッジの構法形式（木造、RC 造、鉄骨造、混構造など）を選択する場合、どの構造形式をあなたは推薦しますか。また、推薦する理由（具体的な建築的性能を挙げる）を 3 つ書きなさい。絵を用いて説明してもよい。なお、法的な事由は考えないものとする。

I-3 以下の文の空白（a～j）に適切な語を入れ、建築計画に関する説明を完成させなさい。

- (1) 太平洋戦争直後の住宅難に対応すべく、公営住宅を効率的に供給することを目的としてつくられた、一般に（a）とよばれる「公営住宅標準設計 C 型」には、食寝分離と就寝分離を実現するために台所兼食事室と 2 つの（b）が設けられている。
- (2) 老人福祉法で定める老人福祉施設のうち、（c）は、身体上の著しい障害により常時介護が必要で、在宅介護が困難な高齢者のための入所施設である。また、（d）は、在宅介護を受けている高齢者が送迎用バス等で通所し、入浴や日常動作訓練等のサービスを受けることができる施設である。
- (3) フランスの建築家（e）は、人体寸法と黄金比を基に、建築物の基準寸法のための等比数列を構成し、フランス語の module と Section d'or という用語から（f）と命名した。
- (4) アメリカで 1964 年に出版された「形の合成に関するノート」の著者である（g）は、1977 年に「（h）」を著し、都市から建築、家具に至るまで 253 の項目を挙げて、計画や設計の考え方を示した。

I-4 下図の構造物の曲げモーメント図を描け。ただし部材は全て同一の曲げ剛性を有するものとする。



I-5 以下の各記述に関して正しいか誤っているかを解答し、その理由を説明せよ。

- (1) 限界細長比を超えた鉄骨圧縮材の座屈荷重は、鋼材の強度を上げてても増加しない。
- (2) 軸力と曲げを受ける鉄筋コンクリート柱の曲げ強さは、軸力が零の時に最大となる。
- (3) 内部摩擦角  $\phi$  をもつ砂質土のせん断強さは有効垂直圧縮応力度  $\sigma$  が増加すると減少する。
- (4) せいおよび幅  $d$  の正方形断面を持つ密度  $\rho$ 、スパン  $l$  の両端単純支持梁において、自重による曲げ応力度が許容応力度に達しているとき、スパンを 3 倍にして同じ許容応力度内に収めるには正方形断面で 81 倍の断面積が必要となる。

I-6 以下の文章の括弧内に適した用語、数値、単位、式等を解答せよ。

- (1) 直射日光照度と全天空照度の和を ( ) という。
- (2) 白熱電球と LED 電球を比較すると、白熱電球の方が広い ( ) を持つことが多い。
- (3) 物体表面の色の見え方に焦点をあて、感覚的な違いを基に体系づけた表色系を ( ) といい、代表例にマンセル表色系がある。
- (4) 音の強さを 100 倍にした時、音の強さのレベルの増加量は ( ) である。
- (5) 人体の温冷感は、温度、湿度、気流、( )、( )、( ) に左右される。
- (6) 鉄筋コンクリート造の建物において、( ) 工法を用いると、構造体の蓄熱効果を活用しやすくなり、室温の変動を小さくすることができる。
- (7) 建築物衛生管理基準では、一酸化炭素濃度を ( ) と規定している。
- (8) 建築や街づくりの環境性能を評価するシステムとして、日本には ( ) がある。
- (9) ヒートポンプは、一般に、圧縮冷凍機の ( ) において発生する熱を利用する。
- (10) 流体の密度を  $\rho$  [kg/m<sup>3</sup>]、流速を  $v$  [m/s]、静圧を  $p$  [Pa]、基準面からの高さを  $h$  [m]、流れの断面積を  $A$  [m<sup>2</sup>]、重力加速度を  $g$  [m/s<sup>2</sup>] とする時、ベルヌーイの式は ( ) と表される。
- (11) トラップの封水損失の原因としては、蒸発、毛管現象の他に ( )、( ) がある
- (12) 電気設備で使用する電圧で 7000 [V] を超えるものを ( ) という。

I-7 以下の問いについて解答せよ。

- (1) 輝度  $1000 [\text{cd}/\text{m}^2]$  の均一天空の全天空照度を求めよ。
- (2) 厚さ  $150 [\text{mm}]$  の単層コンクリート壁の室内側の表面温度を、以下の定常状態を仮定して求めよ。コンクリート壁の熱伝導率  $1.6 [\text{W}/\text{mK}]$ 、室内側表面熱伝達率  $9 [\text{W}/\text{m}^2 \text{K}]$ 、室外側表面熱伝達率  $23 [\text{W}/\text{m}^2 \text{K}]$ 、室内空気温度  $20 [^\circ\text{C}]$ 、外気温度  $0 [^\circ\text{C}]$
- (3)  $h$  を比エンタルピー  $[\text{kJ}/\text{kg}(\text{DA})]$ 、 $x$  を絶対湿度  $[\text{kg}/\text{kg}(\text{DA})]$  とする。状態点①  $(h_1, x_1)$  の空気量  $1 [\text{kg}/\text{時}]$  と、状態点②  $(h_2, x_2)$  の空気量  $2 [\text{kg}/\text{時}]$  を混合する時、混合空気の状態点を③  $(h_3, x_3)$  として、湿り空気  $h$ - $x$  線図上に図示せよ。ただし、 $h_1 < h_2$ 、 $x_1 < x_2$  とする。

I-8 次の各記述が正しければ○印、誤りならば×印を付けよ。(解答例：16-○)

- (1) 一般に、コンクリートの引張強度は、圧縮強度の  $1/50$  程度である。
- (2) 人柱石のうち、種石に大理石を用いたものを、テラゾという。
- (3) 銅と亜鉛の合金を黄銅といい、建築金物や装飾金物などに用いられている。
- (4) リノリウムは、塩化ビニル樹脂を主成分としたもので、床仕上げ材などに用いられる。
- (5) シーリング材には、被着体への十分な接着力と、被着体のムーブメントへの追従性が要求される。
- (6) LVL は、エンジニアードウッドの一種で、単板をエレメントとしている。
- (7) しっくいとは、主材料の消石灰にのり、すき、水を加えて練った、水硬性の左官材料である。
- (8) 陶磁器は、土器、陶器、せつ器、磁器に分類される。このうち、磁器が、最も焼成温度が高く、吸水率が低い。
- (9) 合成樹脂エマルジョンペイントは、水中にアクリル樹脂や酢酸ビニル樹脂などを分散させたもので、水性塗料である。
- (10) 木材の乾燥収縮には、木材中に含まれる自由水や結合水の挙動が大きく影響する。
- (11) 鋼材は、一般に、炭素量が多いほど引張強さは大きくなるが、伸びは小さくなる。
- (12) 一重壁では、一般に、質量が大きいほど遮音性が向上する。この法則を、コインシデンス効果という。
- (13) 鉄筋コンクリート構法では、コンクリートのひび割れ幅が  $0.5\text{mm}$  以上になると、鉄筋の腐食が著しくなるといわれている。
- (14) 花崗岩は、火成岩の一種であり、砂岩や石灰岩などの堆積岩と比較して、一般に強度は大きく、吸水率は小さく、耐火性は高い。
- (15) 一般に、針葉樹は広葉樹と比較して、通直な材が得やすく、かつ密度も大きいので、構法材料に適している。

## 問題 II (土木・数理学)

II-1 以下の常微分方程式の一般解を求めよ。

$$(1) \quad x \frac{dy}{dx} + y = y^2$$

$$(2) \quad \frac{d^2 y}{dx^2} - 2 \frac{dy}{dx} - 3y = 3x^2$$

II-2 確率に関する以下の問いに答えよ。

- (1) 構造物の耐震診断を行い、耐震対策の要否を判定することを考える。なお、耐震対策が必要な構造物の割合は、全構造物の 30% であると推定されている。診断すると、80% の割合で耐震性が不足しているものが要対策と判定され、20% の割合で耐震性が不足していなくても要対策と判定されることが分かっている。

(a) 今、ある構造物の耐震診断を行ったところ、要対策という診断結果が出た。この構造物の耐震性が不足している確率はいくらか。

(b) 別の技術者が独立に同じ構造物の耐震診断を行ったところ、再び、要対策と言う診断結果が出た。(2 回診断を行って、2 回とも要対策との診断結果を得た。) この構造物の耐震性が不足している確率はいくらか。

- (2) ある構造物の耐用年数を 50 年とし、50 年間にある規模を超える地震に一度も遭遇しない確率が 90% (ある規模の地震の超過確率が 10%) になるよう、設計条件を決めることを考える。このとき、再現期間何年の地震を考えればよいか。

再現期間とは、ある事象の平均発生間隔を表したもので、地震の発生回数はポアソン分布に従うものとする。なお、ある事象の発生回数がポアソン分布に従う場合、 $\alpha$  年に 1 度起こる事象が  $\beta$  年間に  $x$  回発生する確率は、1 度発生する期待値  $\mu = \beta/\alpha$  とし

た時、 $\Pr\{X = x\} = \frac{\mu^x}{x!} \exp(-\mu)$  と表せることを用いてよい。また、 $\ln 0.9 = -0.105$  とし

てよい。

次頁に続く

II-3 連続体力学において用いられる極分解は次のように記述することができる. 任意の正則な正方テンソル  $\mathbf{F}$  は正値対称テンソル  $\mathbf{U}$  と直交テンソル  $\mathbf{Q}$  に乗算的分離することができる. すなわち, 次式が成り立つ.

$$\mathbf{A} = \mathbf{Q}\mathbf{U}$$

このことを証明せよ. なお, 対称テンソルとは  $\mathbf{U} = \mathbf{U}^T$  を満足するテンソルであり, 直交テンソルとは  $\mathbf{Q}^T \mathbf{Q} = \mathbf{I}$  を満足するテンソルである. ここに,  $( )^T$  は転置を表し,  $\mathbf{I}$  は単位テンソルである. また, 証明にあたっては  $\mathbf{A}\mathbf{A}^T$  が正値対称テンソルとなることを利用してもよい.

II-4 偏微分方程式に関する以下の問いに答えよ.

$a$  を正の実数とし,  $u = u(x, t)$  ( $u$  の単位は $^{\circ}\text{C}$ ) についての  $t \geq 0, 0 \leq x \leq \pi$  における 1 次元熱伝導率方程式

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

を変数分離法 ( $u = X(x)T(t)$ ) によって解くことを考える.

- (1) この方程式の一般解を求めよ.
- (2)  $t \geq 0$  において右端( $x = \pi$ )の境界条件が  $u(\pi, t) = 0$  の場合と,  $\frac{\partial u}{\partial x}(\pi, t) = 0$  の場合とで, 物理的な状況はどのように異なるか簡潔に説明しなさい.
- (3) 境界条件は  $t \geq 0$  において左端( $x = 0$ )で  $u(0, t) = 0$  かつ右端で  $u(\pi, t) = 0$  であり, 初期条件は  $0 \leq x \leq \pi$  において  $u(x, 0) = f(x)$  とする. ここに,  $f(x)$  はフーリエ正弦級数に展開可能であるとする. このとき  $u(x, t)$  を求めよ.

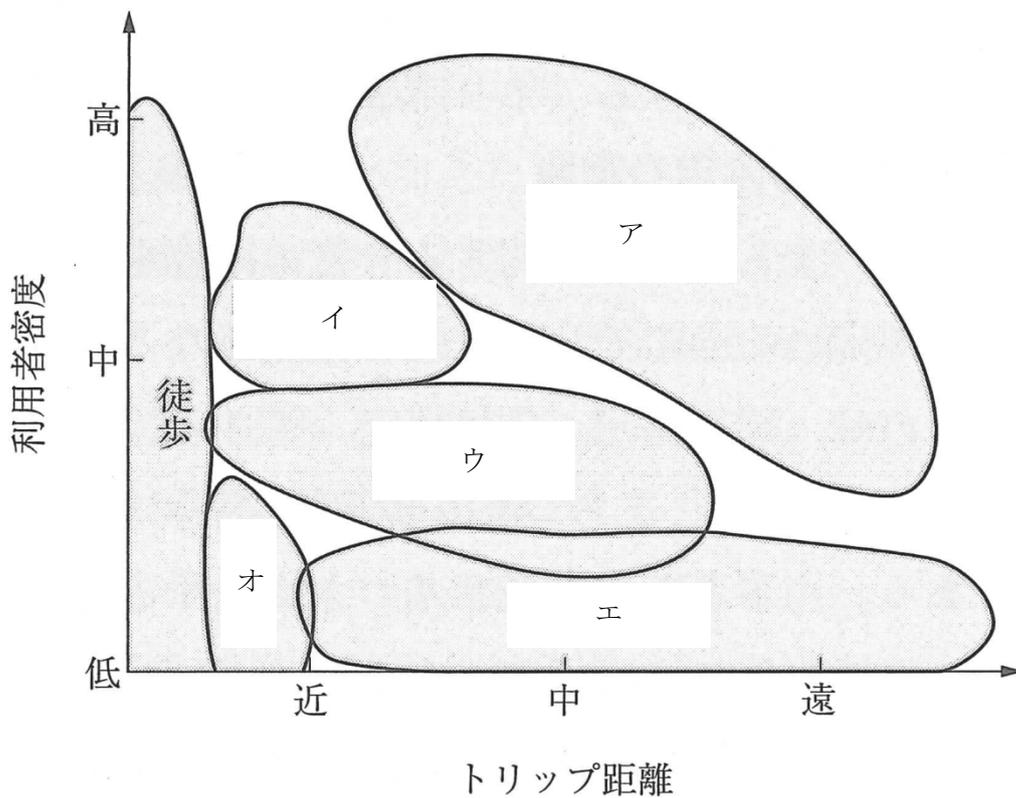
以下, 余白

### 問題 III (都市学)

III-1 以下の都市、都市計画に関する5つの用語を、それぞれ解答用紙2行程度で説明せよ。

- (1)メガロポリス
- (2)ハザードマップ
- (3)人口集中地区 (DID 地区)
- (4)B-プラン
- (5)減歩

III-2 以下の図は、トリップ距離と利用者密度の観点から都市における交通機関の守備範囲を、先進国の一般的な状況について示したものである。



(饗庭伸ほか編著『初めて学ぶ都市計画』市ヶ谷出版社、p132 より)

(1)図中のアからオに入る交通機関を下記から選び記号で答えよ。

- A 自動車    B 二輪車    C 新交通システム    D バス    E 鉄道

次頁に続く

(2)図を用いて、温室効果ガスの排出を削減するような都市づくりに必要と思われることを述べよ。

Ⅲ-3 地域再生とまちづくりに関する以下の文章を読み、以下の(1)から(4)の問いに答えよ。

わが国の地域再生とまちづくりについて、この50年を振り返ってみよう。

戦後人口が急増した三大都市圏では、1960年代以降、イギリスの大ロンドン計画やC.A.ペリーによる近隣住区論をモデルとした(ア)が建設され、人口と都市機能の分散が意図されたが、都市のスプロールに歯止めはかからなかった。こうした大都市圏の拡大と機能集中に対して、均衡ある国土の発展の模索が始まった1960年代初頭には、いわゆる「全総」と呼ばれる(イ)計画が策定された。田中角栄総理の時代には、日本列島(ウ)論が提唱され、高速交通網の整備などにより、地方の工業化を促進し、地域経済の活性化をはかる政策がとられた。1977年の「3全総」では(エ)構想が打ち出され、交通、住宅、教育などが充実した地方都市を育成する計画が進められた。1980年代、大平正芳総理の時代には「(オ)都市国家の構想」がつくられ、地域の自主性と個性を活かした、多様な主体の参加による、自立した都市圏(地域生活圏)の確立①と、多極重層のネットワークによる国家の形成が掲げられた。

このような都市圏の考え方は、2000年以降、EUでは(カ)と呼ばれ、都市・地域を一体のものとして空間計画(Spatial Planning)を行い、経済・社会・環境の面から地域を持続的に発展させる取り組みが進められている。

その一方で、地域衰退や消滅の危機に対して、これまで多くの指摘がなされてきた。

地域衰退の兆しは、高度成長の時代に、(キ)地域において、一足早く始まった(ク)化の問題に端を発している。これらの(ク)地域では、豪雪や地震など、災害時の集落の(ケ)化の問題がたびたび発生している。さらに近年では、平時の地域社会の維持すら難しい(コ)集落の問題が発生している。地方都市における中心市街地の衰退に対しても、1990年代後半からさまざまな政策が実施されてきたが、今もなお十分な解決策を見出していない②状況である。

現在の内閣では、人口減少や一極集中に歯止めをかける「地方創生」が主要な政策として掲げられ、東日本大震災以降、大きな変化に直面した東北地方や西日本の各地をモデルとして、新たな取り組みが始まっている。③

以上のように、これまでの地方分権や地域再生の政策的対応から、地域主導でまちづくりに取り組む実践的状况に移行することが求められている。

次頁に続く

(1) ( ア ) ~ ( コ ) に入る用語を記せ。

(2) 下線部①に関して、自立した都市圏（地域生活圏）の確立についての近年の状況を、政策と実態の両面から数行程度で説明せよ。

(3) 下線部②に関して、これまでどのような政策が実施され、なぜ解決策を見出していないのか、数行程度で説明せよ。

(4) 下線部③に関して、東北地方で起きた「大きな変化」と、東北地方や西日本をモデルとした「新たな取り組み」にはどのようなものがあるか、それぞれ 6～8 行程度で具体的に説明せよ。

以下，余白

## 問題 IV (建築小論文)

IV-1 バーナード・ルドフスキーは『建築家なしの建築』(渡辺武信訳, 鹿島出版会)の序文で, 包括的な呼び名もない「建築史の正系から外れた建築」を捉えるのに, 次の5つの形容詞を挙げている. 風土的 (vernacular) 無名の (anonymous) 自然発生的 (spontaneous) 土着的 (indigenous) 田園的 (rural) この「建築家なしの建築」という問題提起の現代的な意味について, 建築作品を例にあげて800字程度で論評せよ. なお, 解答には, 内容を的確に示すタイトルを付けること.

IV-2 「地球環境に配慮した建築」という標語があるとして, これに対する建築意匠論からの対抗意見を600字程度で述べなさい.

IV-3 古代ローマ建築がその後の西洋建築にどのような影響を与えたのか, そしてそれを通してわれわれが今学べるものは何なのかについて, 600字程度で述べなさい.

## 専門科目(午後)

### C: 土木・環境工学科目

#### 注意事項

1. 問題は全部で10題ある。この中から5題を選択して解答せよ。
2. 解答は問題1題ごとに、別々の答案用紙に記入せよ。
3. 答案用紙は全部で10枚ある。問題1題ごとに最大2枚まで使用してよい。
4. 各答案用紙には、必ず、問題番号および受験番号を記入せよ。
5. 計算機能のみの電卓を使用してもよい。

#### C-1 (構造力学 1)

図-1 に示す幅 24mm、高さ 60mm の矩形断面を有する部材に曲げモーメント  $M$  が作用している。部材は、降伏強度 400 MPa、弾性係数 200 GPa の完全弾塑性体でできており、図-2 に示すような応力-ひずみ関係を有している。以下の問いに答えなさい。

- (1) 部材の縁端が降伏強度に達する  $M$  (降伏モーメント  $M_Y$ ) を求めなさい。
- (2)  $M = 7.92 \text{ kN}\cdot\text{m}$  となったときの断面内の応力分布を求め、図示しなさい。
- (3) (2) のとき部材の曲率半径 (または曲率) を求めなさい。
- (4) (2) の状態から完全に除荷され  $M$  がゼロになった。そのときの応力分布を求め、図示しなさい。
- (5) (4) のときの部材の曲率半径 (または曲率) を求めなさい。

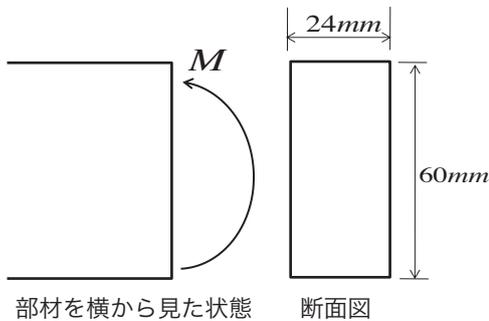


図-1 矩形断面を有する部材

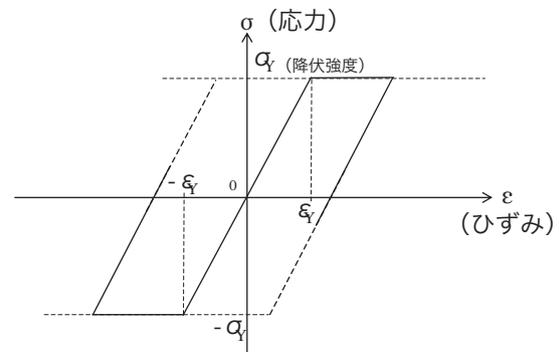


図-2 完全弾塑性体

C-2 (構造力学 2)

図-1 に示すように、部材 AB と BC が点 B で直角に剛結され、点 A において剛な壁に固定されている。一方、点 C は摩擦のない滑らかな壁に接しており、垂直反力だけが作用し、モーメントや壁に接線方向の力は生じないものとする。ただし、荷重が作用する以前の初期状態においては、点 C における反力はゼロであり、 $x$  軸と  $y$  軸はそれぞれ部材 AB と BC の断面の図心を通るものとする。部材 AB と BC の弾性係数はそれぞれ  $E, E/10$ 、長さはそれぞれ  $l, l/2$  で、断面は図-1 に示すような寸法の四角形であるとする。

大きさ  $P$  の荷重が座標の原点を通り、 $y-z$  面内において  $z$  軸と  $\theta$  の角度をなす方向に作用したとき、以下の (1)~(3) の問いに答えなさい。ただし、いずれの部材にも座屈は発生せず、微小変位理論に基づいて変形するが、せん断変形及び部材の自重による変形は無視できるものとする。

- (1) 点 C での壁からの垂直反力を  $R_C$  として、部材 AB と BC における断面力 (軸力, 曲げモーメント, せん断力) を  $P, R_C, \theta, x$  を用いて表しなさい。
- (2) 点 C における壁からの垂直反力  $R_C$  を求めなさい。
- (3) 点 B での  $x, y, z$  方向のそれぞれの変位  $u_B, v_B, w_B$  を求めなさい。

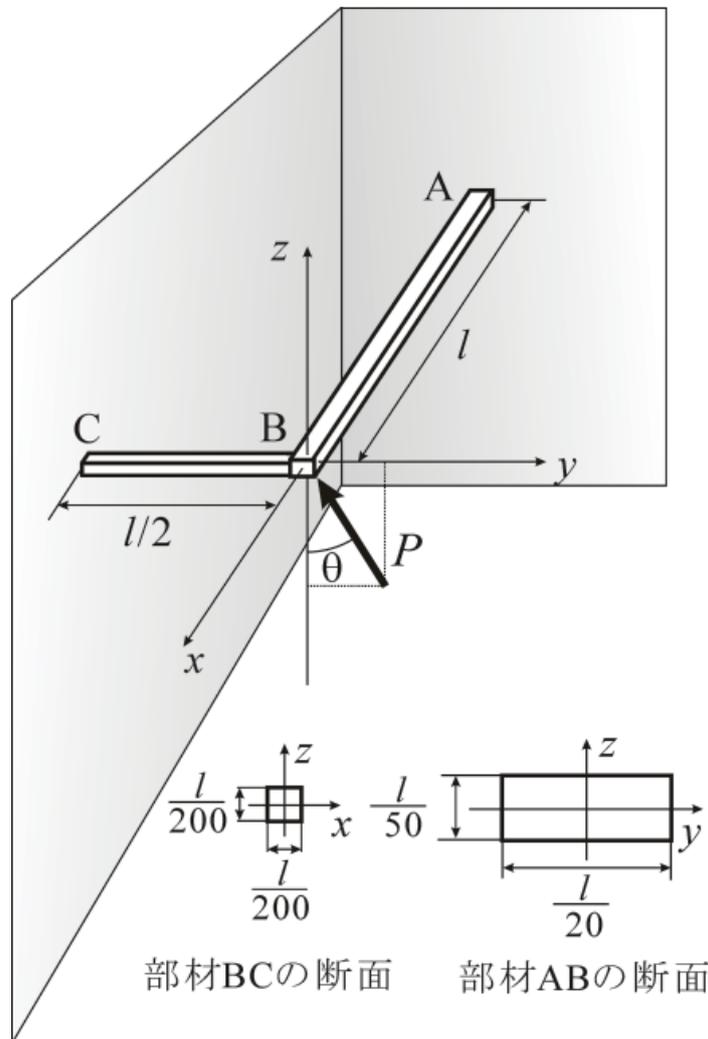


図-1 荷重  $P$  を受ける構造部材

C-3 (水理学 1)

1. 円管内の水の流れに関して、以下の問いに答えよ。

- (1) 円管の摩擦損失係数を求めるために一般的に使われる図の名称を書きなさい。
- (2) 摩擦損失係数が管路内の流速に依存する流れは以下のどの状態か。すべて挙げよ。  
層流，滑面乱流，粗面乱流
- (3) 円管内の流れにマンニングの式が適用できるのは以下のどの状態か，すべて挙げ，その理由も簡潔に記述せよ。  
層流，滑面乱流，粗面乱流

2. 円管内を満管かつ粗面乱流の状態の水が流れている。内径を  $D$ ，粗度を  $k$ ，重力加速度を  $g$  として以下の問いに答えよ。

- (1) 相対粗度を表す式を書き，相対粗度と摩擦損失係数の関係を文章で簡潔に説明せよ。
- (2) 内径  $D_1$ ，摩擦損失係数  $f_1$ ，動水勾配  $i_1$  が与えられたとき，直円管内の流れの平均流速  $v_1$  はどのように表せるか。
- (3) 動水勾配のみを変えて，直円管内の流量を (2) の 2 倍にしたい。この時に必要となる動水勾配  $i_2$  を  $i_1$  を用いて表せ。
- (4) 動水勾配  $i_1$  を維持して，(2) と同じ流量を並列した 2 本の直円管で流したい。ただし，この 2 本は内径が同じで，材質は (2) の円管と同じとする。この時の摩擦損失係数を  $f_3$  として，必要となる円管の内径  $D_3$  を表す式を導け。
- (5) 実際に 2 つの貯水池を円管でつなげて水を流す場合，円管内の摩擦以外の要因でもエネルギー損失が生じる。摩擦以外に一般に考えられるエネルギー損失を 2 つ挙げよ。

C-4 (水理学 2)

図-1 のような堰を越える定常な流れの場を考える。堰の上流側では常流，下流で射流として流れており，摩擦によるエネルギー損失は無視できるものとする。また，上流側の平均流速と水深を  $U_1$  と  $h_1$ ，下流側水深を  $h_3$  とし，堰の堤体頂部での越流水深を  $h_2$ ，堰の堤体高さを  $d$  とするとき，一次元解析が適用できるものとして，下記の問いに答えよ。なお，重力加速度は  $g$  とする。

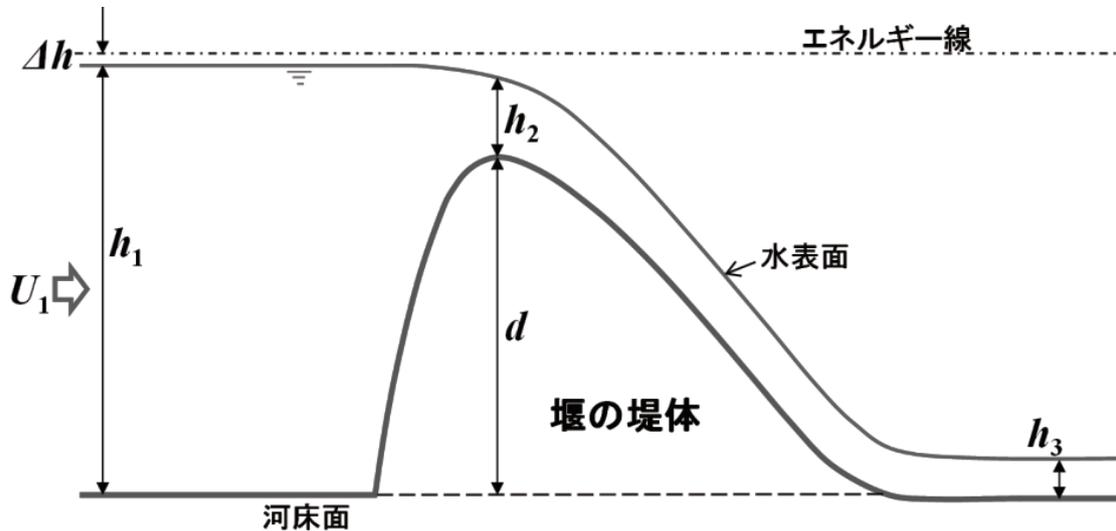


図-1 堰を超える水の流れ

- (1) 上流側の水面上のエネルギー線までの垂直距離  $\Delta h$  はどのように表されるか，その理由とともに記せ。
- (2) 図-1 の水平な河床面を基準として表した比エネルギーを  $E$  とするとき， $E$  は堰の堤頂部で最小値  $E_{min}$  となる。その理由を  $E$  の定義式に基づいて説明せよ。
- (3)  $E$  が最小値  $E_{min}$  となる堰頂部では，フルード数が 1 になることを示せ。
- (4) また，そのとき， $E_{min}$  は堰頂部水深  $h_2$  のみによって表すことができる。その関係式を理由とともに示せ。
- (5) 上記の (3) と (4) から，流れの単位幅流量  $q$  を上流側越流高さ  $(h_1 - d)$  と重力加速度  $g$  のみによって表す関係式(「堰の流量公式」)を求めよ。その際に，接近流速  $U_1$  の速度水頭は微小として無視して良い。
- (6) 運動量保存則によって，堰の堤体に作用する全水平流体力  $D$ ， $q$ ， $h_1$ ， $h_3$ ， $g$  および水の密度  $\rho$  によって表す式を求めよ。

C-5 (土質力学 1)

図-1 に示す水平二層地盤を考える。この地盤の上層 10m は一様な砂層，その下に厚さ 10m の一様な粘土層がある。地下水位の深さは粘土層上面 ( $z = 10\text{m}$ ) で，粘土層は全て完全飽和 (飽和度  $S_r = 100\%$ ) し，静水圧状態にある。砂層の単位体積重量 ( $\gamma_t$ )，含水比 ( $w_n$ )，土粒子比重 ( $G_s$ )，静止土圧係数 ( $K_0$ )，最小間隙比 ( $e_{min}$ )，最大間隙比 ( $e_{max}$ )，並びに粘土層の飽和単位体積重量 ( $\gamma_{sat}$ )，塑性限界 ( $w_p$ )，液性限界 ( $w_L$ )，含水比 ( $w_n$ ) は図に示す通りである。水の単位体積重量  $\gamma_w = 10\text{ kN/m}^3$  として，以下の問いに答えなさい。

- (1) 砂層の飽和度，相対密度 ( $D_r$ ) はそれぞれいくらか。
- (2) 粘土層の塑性指数 ( $I_p$ )，液性指数 ( $I_L$ ) はそれぞれいくらか。また，この粘土層の鋭敏性について説明せよ。
- (3) 二地盤の鉛直全応力 ( $\sigma_v$ )，鉛直有効応力 ( $\sigma'_v$ )，間隙水圧 ( $u$ ) の深さ方向の分布を図示せよ。
- (4) 深さ 15m 地点のモールの応力円を全応力，有効応力についてそれぞれ描くとともに，円上に極 ( $P$ ) の位置を示せ。また，図に示す水平角  $60^\circ$  の面に作用する有効直応力 ( $\sigma'$ ) とせん断応力 ( $\tau'$ ) を求めよ。
- (5) 砂層の土に対して，突固めによる締固め試験を行い。表-1 に示す結果を得た。この土の締固め曲線を描き，最適含水比 ( $w_{opt}$ )，最大乾燥単位体積重量 ( $\gamma_{dmax}$ ) を求めよ。
- (6) 砂地盤の土を用いて高さ 2m，面積  $1000\text{ m}^2$  の宅地盛土を行うことになった。この現場締固めを (5) で求めた最適含水比で行い，盛土の目標締固め度を  $100\%$  ( $\gamma_d = \gamma_{dmax}$ ) とすると，この砂地盤から何  $\text{m}^3$  の土を採取し，また，その土に何 ton 加水，あるいは脱水する必要があるか。

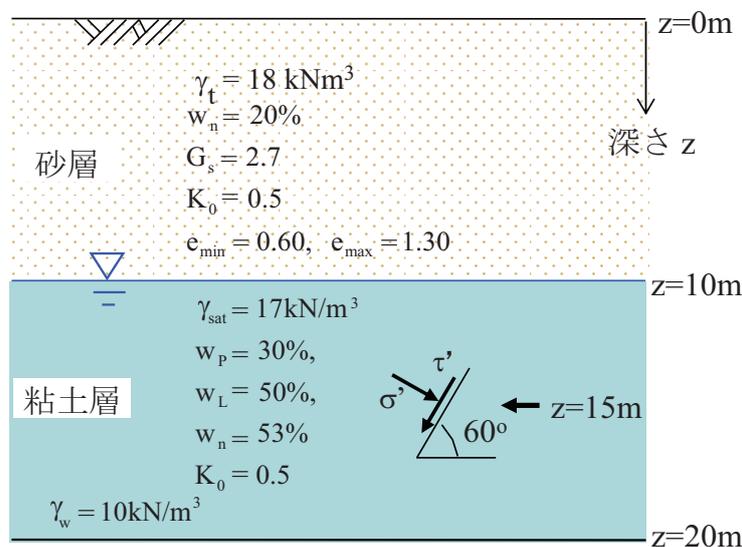


図-1 二層地盤

表-1 砂の締固め試験結果

試料 No.	1	2	3	4
単位体積重量 $\gamma_t$ ( $\text{kN/m}^3$ )	16.8	18.5	20.0	19.8
含水比 $w$ (%)	17	21	25	30

C-6 (土質力学 2)

1. 粘土を対象にした標準圧密試験について、以下の問いに答えよ。

- (1) 試験開始時(供試体高さ 2cm, 直径 6cm)での、供試体の湿潤重量は  $16.0 \text{ kN/m}^3$  であった。供試体の飽和度と土粒子比重がそれぞれ 100%と 2.65 である場合、間隙比を求めよ。
- (2) 圧密圧力を  $40 \text{ kN/m}^2$  から  $80 \text{ kN/m}^2$  まで増加させた時、供試体は 18.0mm から 16.7mm に圧縮し、図-1 に示す時間～沈下曲線が得られた。圧密係数 ( $C_v$ )、体積圧縮係数 ( $m_v$ )、透水係数 ( $k$ ) の求め方を説明するとともに値を求めよ。なお、90%圧密時の時間係数  $T_v$  は 0.848 とする。

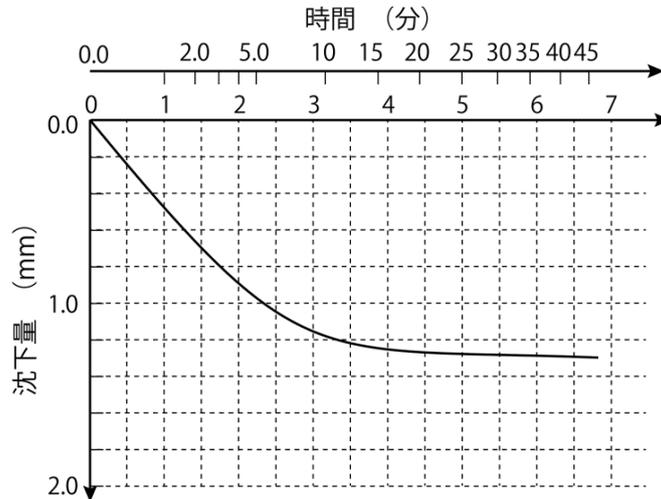


図-1 圧密試験での時間～沈下関係

2. 粘土のせん断強度に関して、以下の問いに答えよ。

- (1) 現地から不攪乱サンプリングした粘土試料から供試体を作製し、一軸圧縮試験を行った。その結果、一軸圧縮強さ  $q_u = 100 \text{ kN/m}^2$  を得た。この粘土の有効粘着力と有効内部摩擦角を  $c' = 10 \text{ kN/m}^2$ ,  $\phi' = 30^\circ$  とすると、破壊時の間隙水圧を求めよ。
- (2) 次にこの試料を完全に練り返した後、供試体を作製し、残留有効応力ゼロの状態ですべて一軸圧縮試験を行った。練り返し粘土試料の破壊時の間隙水圧係数、 $A_f$  と  $B$  をそれぞれ 0, 1.0 とすると、この時の一軸圧縮強さはいくらか？また、この土の鋭敏比  $S_r$  (不攪乱試料のせん断強度と練り返した試料のせん断強度の比) を求めよ。

3. 二次元の浅基礎の支持力は、粘着項、自重項とサーチャージ項に分けて求めることが多い。その考え方を用いて、図-2 に示す砂質土地盤上の二次元の浅基礎の極限支持力強度(圧力)を求めよ。なお、 $\phi' = 30^\circ$  での支持力係数  $N_c, N_\gamma, N_q$  はそれぞれ 37.2, 20.0, 22.0 とする。

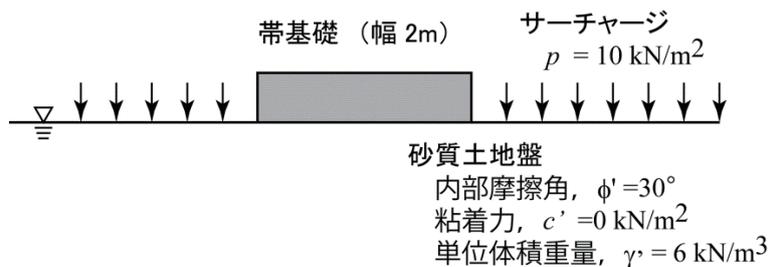


図-2 砂質地盤上の二次元浅基礎

C-7 (コンクリート工学 1)

1. 表-1 の条件を満たすコンクリートの配合設計を行った。

水セメント比 (%)	50
スランプ (cm)	$8 \pm 2.5$
空気量 (%)	$4.5 \pm 1.5$

\* セメントの密度 :  $3.15 \text{ g/cm}^3$

細骨材, 粗骨材の密度 (表面乾燥飽水状態) :  $2.60 \text{ g/cm}^3$ ,  $2.65 \text{ g/cm}^3$

- (1) 検討の結果, 単位水量が  $165 \text{ kg/m}^3$ , 細骨材率 ( $s/a$ ) が 44.0 % となった場合, セメント, 水, 細骨材および粗骨材の単位量を求めよ。
- (2) 練混ぜに先立って, 細骨材の表面水率を測定したところ, 2.3 % であった。表面水率の補正を行った後のセメント, 水, 細骨材および粗骨材の単位量を求めよ。
- (3) 練混ぜを行ったところ, コンクリートのスランプが 12.5 cm となったため, 配合修正を行った。所定のスランプを得るためには, 単位水量は大きくすればよいか, 小さくすればよいか。また, 細骨材率は大きくすればよいか, 小さくすればよいか。それぞれ, 適当な方を答えよ。

2. コンクリート構造物の塩害に関して, 次の設問に答えよ。

- (1) 劣化進展過程を 4 期に分類した場合, 各期の名称を劣化が軽微な方から順に答えよ。
- (2) 既設の鉄筋コンクリートはりからコアを採取して, コンクリート中の塩化物イオン濃度分布を調べたところ, 図-1 が得られた。鉄筋 (D16) のかぶり厚が 50mm であるとき, この鉄筋が腐食しているかどうかを判定せよ。また, その理由を述べよ。なお, この構造物は建設後 20 年が経過している。
- (3) (2) の鉄筋コンクリートはりに対して, あなたが考える適切な補修・補強工法を, その根拠とともに提案せよ。

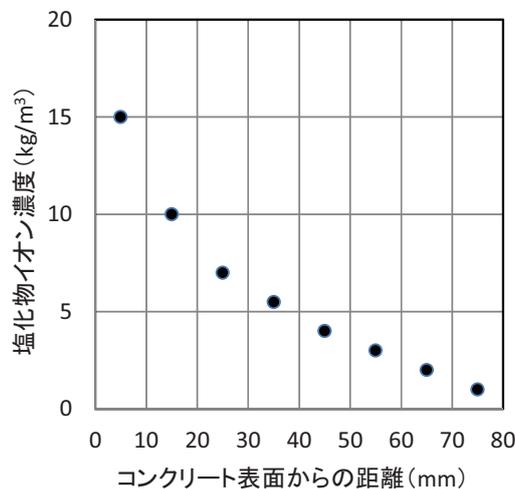


図-1 塩化物イオン分布

3. コンクリート工学に関する次の用語をそれぞれ 50 字程度で説明せよ。

- (1) フライアッシュ
- (2) AE 減水剤
- (3) 材料分離
- (4) クリープ
- (5) 温度ひび割れ

C-8 (コンクリート工学 2)

図-1 に示すように単純支持され、2 点对称荷重を受ける、単鉄筋長方形断面 RC はりを考える。作用する荷重を  $P$ 、せん断スパンを  $a$ 、等モーメント区間を  $2a$ 、はりの高さを  $h$ 、幅を  $b$ 、有効高さを  $d$ 、鉄筋断面積を  $A_s$  とする。このとき、以下の各問に答えよ。なお、必要な数値は既に与えられているものを使用すること。

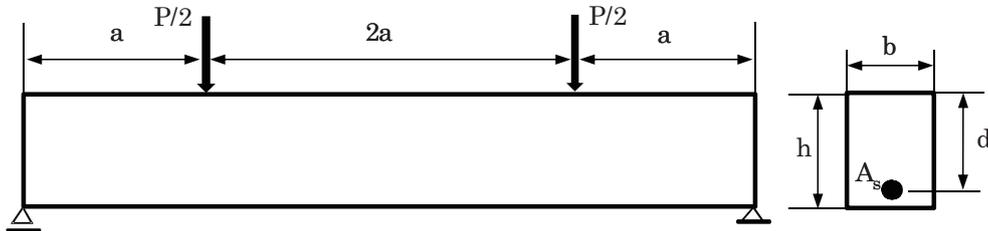


図-1 2 点对称荷重を受ける長方形断面 RC はり

- (1) このはりの等モーメント区間に、初めて曲げひび割れが発生する際の荷重  $P_{cr}$  を  $f_b, b, h, a$  を用いて表せ。ただし、 $f_b$  はコンクリートの曲げ強度である。なお、鉄筋の影響は無視してよい。
- (2)  $f_b = 4.5 \text{ N/mm}^2$ ,  $b = 150 \text{ mm}$ ,  $h = 450 \text{ mm}$ ,  $a = 800 \text{ mm}$  である。このとき、 $P_{cr}$  を計算し、kN 単位で表せ。
- (3) 曲げひび割れ発生後、引張側の鉄筋が降伏するまでの段階の中立軸位置 (はりの圧縮縁から中立軸までの距離)  $x$  を  $n, A_s, b, d$  を用いて表せ。鉄筋はヤング係数  $E_s$  の弾性体としてよい。また、コンクリートの引張抵抗は無視し、圧縮を受けるコンクリートはヤング係数  $E_c$  の弾性体としてよい。なお、 $n$  はヤング係数比  $= E_s/E_c$  である。
- (4)  $n = 8$ ,  $A_s = 800 \text{ mm}^2$ ,  $d = 350 \text{ mm}$  である。このときの  $x$  を計算し、mm 単位で表せ。
- (5) 荷重  $P = 80 \text{ kN}$  の時の等モーメント区間における引張鉄筋の平均応力  $\sigma_s$  を計算し、 $\text{N/mm}^2$  単位で表せ。ただし、この荷重は上記の (3) の段階にあるものとする。
- (6) この長方形 RC 断面の曲げ引張側の詳細は図-2 に示す通りであり、鉄筋の直径は  $32 \text{ mm}$  である。この場合の曲げひび割れ間隔  $\ell$  が  $\ell = 5.4c$  で与えられるとき、等モーメント区間に発生する曲げひび割れの本数が何本程度となるか予測せよ。ただし、 $c$  は鉄筋のかぶりである。

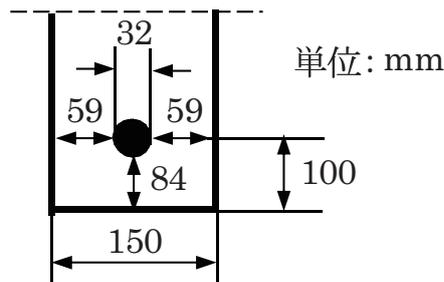


図-2 RC 断面の曲げ引張側の詳細

- (7) 荷重  $P = 80 \text{ kN}$  の時の等モーメント区間における曲げひび割れ幅  $w_{cr}$  が  $w_{cr} = \varepsilon_s \ell$  で与えられるものとするとき、曲げひび割れ幅を計算し、mm 単位で表せ。ただし、 $\varepsilon_s$  は等モーメント区間における引張鉄筋の平均ひずみであり、鉄筋のヤング係数は  $E_s = 200 \text{ kN/mm}^2$  とする。
- (8) この断面の曲げ破壊荷重  $P_u$  を求め、kN 単位で表せ。ただし、鉄筋は降伏強度  $f_y = 400 \text{ N/mm}^2$  の完全弾塑性体とする。コンクリートの破壊ひずみは  $\varepsilon'_{cu} = 0.0035$  とする。コンクリートの圧縮強度は  $f'_c = 30 \text{ N/mm}^2$  とし、圧縮合力の計算には、 $0.85f'_c \times 0.8x$  の等価応力ブロックを用いてよい。

C-9 (土木計画学 1)

1. 二地点を結ぶ一本の有料道路があり，その改良整備がなされる状況を考える。整備無，整備有それぞれの場合における交通需要  $X$ ，所要時間  $t$ ，有料道路料金  $p$  が，表-1 のようになるものとする。

表-1 有料道路の改良整備の状況

	$X$ (台/日)	$t$ (分)	$p$ (円/台)
整備無	10000	30	200
整備有	12500	20	300

- (1) 整備無，整備有それぞれの場合における移動の一般化費用を求めなさい。ただし，時間価値を 50 円/分とする。
- (2) 道路整備の便益を利用者の総走行費用の差分によって定義するものとし，それを求めなさい。
- (3) 道路整備の便益を利用者の消費者余剰の変化によって定義するものとし，それを求めなさい。ただし，需要関数は線形と仮定して良い。

2. 道路整備の便益を総走行費用の差分を便益によって定義することが適切ではないような，仮想的な道路政策を考えなさい。そして，なぜそれが適切ではないのかを 200 字程度で説明しなさい。

3. 費用便益分析における，(a) 純現在価値，(b) 費用便益比，(c) 内部収益率，の各用語の定義を，必要な変数を定義した上で，数式を用いて説明しなさい。

4. 現実社会の土木計画において，費用便益分析を用いてプロジェクトの決定をする際に生じうる問題としてどのようなものが考えられるか。また，それに対してどのような対処を行えばよいか。300 字程度で述べなさい。

**C-10** (土木計画学 2)

1. 回帰分析による旅行時間関数の推定について、以下の問いに答えなさい。

- (1) 2つの変数  $X, Y$  について  $N$  組の観測データ  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_N, y_N)$  を得た。変数間に線形関係  $(y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i, i = 1, 2, \dots, N)$  が仮定できるとき、パラメータ  $\alpha$  と  $\beta$  を推定する方法を説明しなさい。ここに、 $\varepsilon_i$  は誤差項である。
- (2) 十分に大きな交通容量を持ち渋滞しない道路区間で交通量  $q$  と旅行時間  $t$  を計測し、表-1 に示す 5 組のデータを得た。旅行時間は交通量の増加とともに単調に増加する関数  $(t = \alpha + \beta q)$  であると仮定できるとき、回帰分析により関数のパラメータを推定しなさい。

表-1 交通量と旅行時間の観測データ

データ番号	1	2	3	4	5
交通量 (100 台/時)	2	1	3	5	4
旅行時間 (分)	10	5	10	20	15

- (3) 推定した旅行時間関数の妥当性を確認するにはどのような方法がありますか？ 100 字以内で説明しなさい。

2. 都市 A, B を結ぶお互いに重複のない 2 本の経路 ( $k = 1, 2$ ) があり、その旅行時間  $t$  はその経路の交通量  $q$  のみの線形関数  $(t_k = \alpha_k + \beta_k q_k)$  で、経路に固有のパラメータ  $\alpha_k, \beta_k$  は別途に推定されているとする。以下の問いに答えなさい。

- (1) 利用者均衡の定義を述べなさい。
- (2) 利用者均衡にある交通流が満足すべき条件を式で示しなさい。なお、都市 A, B 間の OD 交通量は一定  $(Q = q_1 + q_2)$  とする。
- (3) 旅行時間関数のパラメータの大小関係が  $\alpha_1 > \alpha_2 > 0, 0 < \beta_1 < \beta_2$  であるとする。利用者均衡状態で経路 1, 2 の両方が使われるときの OD 交通量の最小値を式で示しなさい。

## 専門科目（午後）

### M：数理学

#### 注意事項

1. 問題用紙は、全部で\*枚である。各問題用紙の注意事項を必ず読むこと。
2. 第1志望の指導教員ごとに決められた科目のうち一つを選んで解答すること。
3. M（数理学）の問題は、M-1からM-4の4つの問題のうち、2つの問題を選んで解答すること。
4. 解答は問題ごとに別々の解答用紙に記入すること。また、各解答用紙には必ず受験番号と問題番号を記入せよ。
5. 問題用紙・下書き用紙は持ち帰ってよい。

#### M-1

線形計画法は、一般に、構造物の極限解析（塑性崩壊解析）や塑性設計など、多くの応用をもつ最適化問題である。ここでは、自然数  $n$  に対して、実数  $x_1, x_2, \dots, x_n$  を変数とする次のような線形計画問題を考える。

$$\begin{aligned} \text{(P):} \quad & \text{Minimize} && x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n \\ & \text{subject to} && 2x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_{n-1} + x_n \geq 1 \\ & && 2x_2 + x_3 + \cdots + x_{n-1} + x_n \geq 1 \\ & && \vdots \\ & && 2x_{n-1} + x_n \geq 1 \\ & && 2x_n \geq 1 \end{aligned}$$

以下の問(1)～(5)に答えよ。

- (1)  $n=2$  のとき、問題(P)の最適解を求めよ。
- (2) 問題(P)を等式標準形に直せ。
- (3) 問題(P)の双対問題はどのような問題かを示せ。
- (4)  $n=3$  のとき、問題(P)の最適値を求めよ。
- (5) 問題(P)の最適値を  $n$  を用いて表せ。

**M-2** 確率に関する次の記述を読んで、続く問(1)~(6)に答えよ。

ある母集団に属する確率変数  $X$  の累積分布関数 (CDF) を  $F_X(x)$  とすると、

$$F_X(x) = P(X \leq x) \quad (1)$$

によって定義される。ここで、 $P(\cdot)$  はかっこ内の事象が発生する確率を表す。また、確率密度関数 (PDF) を  $f_X(x)$  で表すとき、

$$f_X(x) = \frac{dF_X(x)}{dx} \quad (2)$$

なる関係がある。

今、 $X_1, X_2, \dots, X_n$  を同じ母集団から独立に得られた  $n$  個の標本と仮定し、その最大値を

$$Y_n = \max(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (3)$$

とおいたとき、 $Y_n$  の CDF および PDF を求めたい。 $X_1, X_2, \dots, X_n$  に関する仮定より、

$$F_{X_1}(x) = F_{X_2}(x) = \dots = F_{X_n}(x) \equiv F_X(x) \quad (4)$$

とすることができる。このとき、 $Y_n$  の CDF は、

$$F_{Y_n}(y) = P(Y_n \leq y) = P(X_1 \leq y, X_2 \leq y, \dots, X_n \leq y) = [F_X(y)]^n \quad (5)$$

で与えられる。このとき、 $Y_n$  の PDF は、式 (2)、(5) を用いて、

$$\boxed{\quad\quad\quad} \quad (7)$$

となる。

次に  $n \rightarrow \infty$  の場合の近似式を求める。そのために、まず、以下のような関数  $g(y)$  を導入して  $Y_n$  を  $\xi_n$  に変数変換する。

[次ページに続く](#)

$$\xi_n = g(Y_n) \equiv n\{1 - F_X(Y_n)\} \quad (7)$$

このとき、 $\xi_n$  の CDF は、

$$F_{\xi_n}(\xi) = 1 - \left(1 - \frac{\xi}{n}\right)^n \quad (8)$$

と表すことができる。ところで、 $n \rightarrow \infty$  のとき、

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{\xi}{n}\right)^n = e^{-\xi} \quad (9)$$

であるから、 $n$  が十分に大きいとき、式 (9) を式 (8) に適用することで、 $\xi_n$  の CDF は、

$$F_{\xi_n}(\xi) = 1 - e^{-\xi} \quad (10)$$

[次頁に続く](#)

**M-2 の続き**

と近似される。このとき、 $\xi_n$  の PDF は、式 (2), (10) を用いて、

$$\boxed{\hspace{10em}} \quad (イ) \quad (11)$$

となる。

以上より、 $\xi_n$  と  $Y_n$  の関係式 (7) を用いると、 $n$  が十分に大きいときの  $Y_n$  の CDF の近似式は式 (10) を用いて、

$$F_{Y_n}(y) = 1 - F_{\xi_n}(g(y)) = \exp[-g(y)] \quad (12)$$

と求められる。このとき、 $n \rightarrow \infty$  における  $Y_n$  の PDF の近似式は、

$$\boxed{\hspace{10em}} \quad (ウ) \quad (13)$$

となる。

問 1：文中の空欄 (ア)～(ウ) に対応する式を求めよ。

問 2：以下の問では、確率変数  $X$  の母集団が指数分布に従うものとする。このとき、 $X$  の CDF は、

$$F_X(x) = 1 - e^{-\lambda x}$$

で表される。ここで、 $x \geq 0$  で、 $\lambda$  は任意の正の実定数である。 $X$  の PDF を  $f_X(x)$  とするとき、 $f_X(x)$  を求めよ。

問 3：指数分布に従う母集団から独立に  $n$  個の標本を得たときの最大値  $Y_n$  の CDF および PDF を求めよ。なお、 $n$  は必ずしも大きな値をとるとは限らないことに注意せよ。

問 4：確率変数  $X$  が指数分布に従うとき、式 (7) の  $\xi_n$  を  $Y_n$  と  $n$  の関数として表せ。

問 5：確率変数  $X$  が指数分布に従い、 $n$  が十分に大きな値をとるとき、 $X$  の最大値の CDF および PDF の近似式を求めよ。

問 6：以上の結果より、確率変数  $X$  が指数分布に従うとき、独立に得られた  $n$  個の  $X$  の標本値の最大値の PDF、すなわち、 $f_{Y_n}(y)$  は  $n$  の値によってその形状がどのように変化するかを図を用いて説明せよ。図は、横軸に  $y$ 、縦軸に  $f_{Y_n}(y)$  をとって描くこと。なお、フリーハンドのラフなスケッチで十分である。

**M-3** 地震動や微動に含まれる表面波を考える上で、位相速度と群速度は重要なパラメータである。これら2つの速度に関する以下の問1~6に答えよ。

問1 以下の文章中の空欄を埋めよ。ただし、(オ)については適切な語を選択せよ。

位相速度と群速度の物理的意味を簡単に一言で述べるならば、位相速度とは、波の山・谷を与える位相の変化の伝わり方に関連して定義される速度であり、群速度とはエネルギーや振幅に関連する波の群れが伝わる速度である、とすることができる。

これら2つの速度の関係を導くために、周期と波長がわずかに異なる2組の波  $u_+$ 、 $u_-$  を考えよう。 $u_+$  および  $u_-$  のもつ物理特性を規定する必要は特に認められないが、物理的イメージを与えるために、以下では、これらを地表面における変位であるとみなすことにする。

$$u_+ = A \cos[(\xi + \Delta\xi)x - (\omega + \Delta\omega)t] = A \cos[(\xi x - \omega t) + (\Delta\xi \cdot x - \Delta\omega \cdot t)] \quad (1)$$

$$u_- = A \cos[(\xi - \Delta\xi)x - (\omega - \Delta\omega)t] = A \cos[(\xi x - \omega t) - (\Delta\xi \cdot x - \Delta\omega \cdot t)] \quad (2)$$

ここで、 $\xi$ 、 $\omega$  はそれぞれ、波数と円振動数で、 $\Delta\xi$ 、 $\Delta\omega$  はそれらの非常に小さい量を表している。このとき、上の2つの波を合成した結果得られる波  $u$  は、2つの余弦関数  $f_1(x, t)$  および  $f_2(x, t)$  の積の形で表現することができ、式(1)、(2)を用いて書き下すと、

$$u = u_+ + u_- = \boxed{\hspace{2cm}} \quad (\text{ア}) \quad (3)$$

となる。ここで、 $\boxed{\text{ア}}$  を構成する2つの余弦関数について、一方を  $f_1(x, t)$ 、他方を  $f_2(x, t)$  とおくことにする。このとき、 $f_1(x, t)$  は、もとの波  $u_-$ 、 $u_+$  の波長および周期にほぼ等しい波長  $2\pi/\xi$ 、周期  $\boxed{\text{イ}}$  を有していることがわかる。一方、もうひとつの余弦関数  $f_2(x, t)$  の波長および周期はそれぞれ  $\boxed{\text{ウ}}$ 、 $\boxed{\text{エ}}$  となり、 $\Delta\xi$ 、 $\Delta\omega$  が非常に小さい量であることを考慮すると、この波長と周期は極めて  $\boxed{\text{オ}}$  大きい・小さい量となる。このことから、 $u$  は、 $f_2(x, t)$  なる振幅をもった波、と見ることができる。

もし、短い周期の振動を無視して、 $u$  の包絡形状の変化に着目するならば、 $f_2(x, t)$  の伝播特性を考えることが必要となる。 $f_2(x, t)$  が伝播する速度  $U$  は  $t$  の係数と  $x$  の係数の比として与えられるから、

$$U = \boxed{\hspace{2cm}} \quad (\text{カ}) \quad (4)$$

となり、この  $U$  を群速度という。これに対して  $f_1(x, t)$  が伝播する速度、

$$c = \boxed{\hspace{2cm}} \quad (\text{キ}) \quad (5)$$

は、位相速度とよばれる。

以上より、一般には波の速度  $c$  と波群が伝わる速度  $U$  は異なるが、 $c$  が振動数  $\omega$  によらず一定の値を取る特別の場合には、 $U = \boxed{\text{ク}}$  となる。

問2  $\xi$  と  $\omega$  が連続的に変化する場合、式(4)において、 $\Delta\xi \rightarrow 0$  かつ  $\Delta\omega \rightarrow 0$  なる極限をとって式(5)を適用すると、

$$U = c - L \frac{dc}{dL} \quad (6)$$

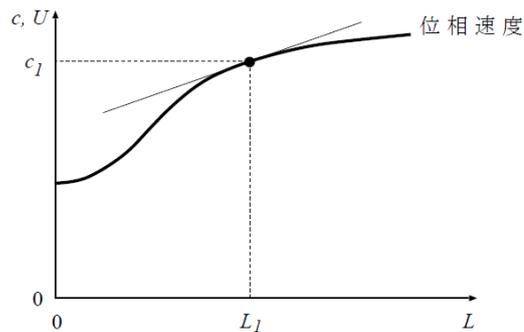
となることを示せ。ただし、 $L$  は波長で  $L=1/\xi$  である。

**次頁に続く**

### M-3の続き

問3 式(6)について、 $c$  が $\omega$ によらず一定の場合については既に述べた。逆に、群速度  $U$  が  $L$ によらず一定で  $U_0$ なる値をとる場合について、 $c$  を  $U_0$ 、 $L$  および任意の定数  $k$  を用いて表せ。

問4  $U$  や  $c$  についての特別な場合には、これまでの議論からわかる通り、式(6) を解くことができ、群速度と位相速度の関係を陽に求めることができた。しかし、一般には、群速度  $U$  は波長  $L$  の関数であるため、 $L$  と位相速度  $c$  の関数関係が与えられていても  $U$  の関数形を求めることは困難な場合が多い。しかし、式(6) をみると、 $U$  と  $c$  の間には簡単な幾何学的関係があることがただちに理解される。そこで、位相速度  $c$  が波長  $L$  の関数として与えられている場合に、群速度  $U$  の概形を図式解法によって求めることを試みよう。下図は、横軸を波長、縦軸を位相速度としたときの位相速度の関数形が太線で示されている。式(6) からわかる幾何学的関係を利用して、図式解法により、 $L=L_1$  のときの群速度の値  $U_1$  の位置を解答用紙の図中に示せ。直線などをフリーハンドで記入しても差し支えないが、幾何学的な位置関係が理解できるように必要に応じて補助線等を記入すること。なお、図中には、点  $(L_1; c_1)$  における接線がすでに描かれているので、必要であれば、この直線を利用せよ。



問5 上の問題と同様にして、いくつかの  $L$  の値について、図式解法により  $U$  の値(図中での位置) を求めたうえで、図に示されている位相速度に対応する群速度の概形を解答用紙の図中に描け。

問6 位相速度と群速度の関係について、周期や波長が非常に近い2つの波の重なりという観点から議論を行ってきた。表面波の物理的性質から、その位相速度(や群速度)を導くことも可能である。たとえば、深い部分ほど、せん断波速度が大きくなるような、半無限弾性体上の水平成層構造中を伝播するラブ波の位相速度は、上の図に示すような分散性を示す。このとき、ラブ波の位相速度は、短波長の部分では表面層のせん断波速度に、長波長になるともっとも深い部分である半無限弾性体のせん断波速度に近づく。このような表面波の物理的性質を利用して、深い堆積層を有する地域の地盤構造、特に地震基盤と呼ばれる硬質な基盤岩以浅の地層の厚さや弾性波速度等を推定することが広く行われている。表面波を用いた地盤探査法の特徴について、上に述べた波長と位相速度の関係に注意しながら、なぜ、表面波を用いることで基盤岩までの地盤構造を推定することができるのか、を100字程度で記述せよ。

**M-4**

構造物の安定問題は構造設計する上で重要な課題である。図1に示す等分布荷重  $p$  を受けるアーチ構造を考える。アーチの形状は正弦波にて表される。ただし、アーチは扁平であるものとして  $H_0 \ll L$  とする。このとき、本アーチのひずみエネルギー  $U$  は次式にて表されるものとする。

$$U = \frac{EA}{2} \int_0^L \left[ \frac{1}{L} \int_0^L \left\{ -\frac{dH}{dx} \frac{dw}{dx} + \frac{1}{2} \left( \frac{dw}{dx} \right)^2 \right\} dx \right]^2 dx + \frac{EI}{2} \int_0^L \left[ \frac{d^2 w}{dx^2} \right]^2 dx \quad (1)$$

ここに、 $E, A, I, L$  はヤング係数、断面積、断面2次モーメント、スパン長である。また、図1および図2に示すように、 $H, w$  はアーチの高さおよび  $z$  方向変位であり、 $x$  の関数である。

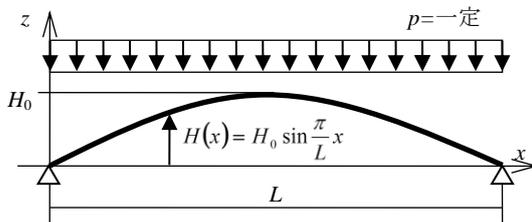


図1 正弦波アーチ

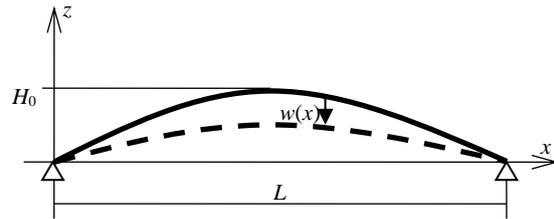


図2 変形後

今、 $z$  方向変位が  $\frac{w(x)}{H_0} = \bar{W}_1 \sin \frac{\pi}{L} x + \bar{W}_2 \sin \frac{2\pi}{L} x$  として近似的に表されるものと仮定すれば、 $\bar{W}_1, \bar{W}_2$  に対する平衡方程式は  $\bar{W}_1, \bar{W}_2$  に対する全ポテンシャルの極小値として求められる。すなわち、

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \bar{W}} = \frac{\partial}{\partial \bar{W}} \left( U - p \int_0^L w dx \right) = 0 \quad (2)$$

ここに、 $p \int_0^L w dx$  は外力ポテンシャルであり、 $\bar{W} = (\bar{W}_1 \ \bar{W}_2)^T$  である。以上のことを踏まえて以下の問(1)~(3)に答えよ。

- (1) 式(1)は  $\bar{W}_1, \bar{W}_2$  を用いて次式にて表されることを示せ。

$$U = \frac{\pi^4 EA H_0^4}{8L^3} \left\{ \left( 1 + \frac{2I}{AH_0^2} \right) \bar{W}_1^2 + \frac{32I}{AH_0^2} \bar{W}_2^2 - \bar{W}_1^3 - 4\bar{W}_1 \bar{W}_2^2 + \frac{1}{4} \bar{W}_1^4 + 2\bar{W}_1^2 \bar{W}_2^2 + 4\bar{W}_2^4 \right\}$$

- (2) 式(2)に従い、 $\bar{W}_1, \bar{W}_2$  に対する平衡方程式を求めよ。また、 $\bar{W}_2 = 0$  としたときの  $p - \bar{W}_1$  関係の概略図を図示せよ。

- (3)  $\bar{W}_1, \bar{W}_2$  に対する接線剛性マトリクス  $\mathbf{K}_T$  は  $\mathbf{K}_T = \frac{\partial^2 \Pi}{\partial \bar{W} \partial \bar{W}}$  として計算することができる。  $\det \mathbf{K}_T = 0$  となるとき  $\bar{W}_1$  の値をすべて求めよ。また、最大耐力が分岐座屈にて決定されるとき  $\bar{W}_1$  の値を示せ。